Călin CANDIESCU

F

RAPORTUL DINTRE MATEMATICĂ ŞI LOGICĂ
la Octav Onicescu



Colecţia de studii şi eseuri

Str. Tudor Arghezi nr. 15, sector 2
75104 Bucureşti, România
tel.: (00401) 211.58.04; 212.03.47
fax: (00401) 212.03.47
e-mail: paideia@fx.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
CANDIESCU, CĂLIN
Raportul dintre matematică şi logică la Octav Onicescu /
Călin Candiescu. - Bucureşti : Paideia, 2002
124 p. ; 16,5 cm. - (Studii şi eseuri)
Bibliogr.
ISBN 973-596-082-6

51(498)Onicescu, O.

Călin CANDIESCU

RAPORTUL DINTRE MATEMATICĂ ŞI LOGICĂ LA OCTAV ONICESCU

PAIDEIA

A. VIAŢA ŞI OPERA LUI OCTAV ONICESCU

Octav Onicescu este fondatorul şcolii româneşti de teoria probabilităţilor.

S-a născut la 20 august 1892 în Botoşani şi s-a stins din viaţă la 19 august 1983. A absolvit Liceul Treboniu Laurian din Botoşani şi a urmat cursurile de la Facultatea de Ştiinţe din Bucureşti, secţia Matematică şi, parţial, cursurile de filosofie de la Facultatea de Litere şi Filosofie din Bucureşti. La matematică i-a avut ca profesori pe D. Pompeiu, Tr. Lalescu, Gr. Ţiţeica, E. Pangratti ş.a. Şi-a luat licenţa în 1913. A fost profesor de matematici la Colegiul Militar de la Mânăstirea Dealul (1913-1916/1918-1919). A participat la primul război mondial (1916-1918).

Şi-a continuat studiile de specializare în Italia, la Roma (1919-1920), colaborând cu renumiţi matematicieni ai vremii: Vito Voltera (contribuţii esenţiale în Analiza funcţională şi unul dintre creatorii *Fizicii matematice*), Guido Castelnuovo (geometru algebrist şi autor al unui celebru tratat de *Teoria probabilităţilor*) şi Tullio Levi-Civita (creator, alături de Ricci, al *Calculului diferenţial absolut*, având contribuţii importante şi în *Teoria Relativităţii*). Obţine doctoratul cu lucrarea „Spaţii einsteiniene cu grup continuu de transformări" (în italiană, 1920).

Şi-a continuat studiile la Paris (1920-1921), participând la seminariile celebrului geometru J. Hadamard, la cursurile lui Borel („Teoria probabilităţilor"),

ale lui Elie Cartan (despre „Invarianţii integrali", cu importante contribuţii în Analiza Matematică), ale lui E. Picard (despre „Transformările unui spaţiu complex" ce i-au servit mai târziu la elaborarea *Teoriei lanţurilor cu legături complete*).

Referitor la perioada italiană, mărturiseşte că, în epocă, nu exista, cel puţin la Roma, vreun interes printre matematicieni pentru logică, deşi, în aceeaşi perioadă, Peano îşi ţinea cursurile despre axiomatizarea aritmeticii, la Torino.

Revenind în ţară, este încadrat la Universitatea din Bucureşti, unde ţine cursuri despre teoria probabilităţilor, statistică şi asigurări, mecanică statistică, teoria potenţialului etc. şi, ca profesor de mecanica mişcărilor şi aparatelor, la Institutul de Educaţie Fizică din Bucureşti (1925-1932).

Participă, ca membru în consiliul de conducere, la organizarea Şcolii de Statistică, Actuariat şi Calcul din Bucureşti, pe care a condus-o, între 1930 şi 1948. Între 1960 şi 1975, a fost şef al secţiei de Teoria probabilităţilor la Institutul de Matematică al Academiei Române.

A ţinut numeroase cursuri şi conferinţe la diverse universităţi din Europa. A participat la congrese internaţionale de matematică, la sesiunile Institutului Internaţional de Statistică (Varşovia, 1929; Atena, 1936), unde expune (1936) descoperirea, împreună cu Gh. Mihoc, a *Teoriei lanţurilor cu legături complete* (pe baza lanţurilor Markov), una din principalele sale contribuţii în matematică.

La Congresul Internaţional al Matematicienilor din 1928 (la Bologna), O. Onicescu are prilejul să se întâlnească cu mari matematicieni ai vremii, iar la primul

Congres al Matematicienilor din Balcani (Atena, 1934), îl cunoaşte pe marele probabilist şi aerodinamist R. von Mises (creatorul teoriei despre *colective* – ce-l va influenţa în propria sa teorie despre colective) şi pe logicianul şi filosoful vienez H. Reichenbach (autorul unui foarte cunoscut Tratat de teoria şi logica probabilităţilor).

Onicescu şi-a comunicat unele din principalele sale descoperiri şi teorii la colocviile şi congresele la care a participat. La Seminarul de filosofia ştiinţei (Universitatea Bucureşti, 1940), el revine asupra conceptului său (elaborat cu Gh. Mihoc) de *lanţ probabilistic cu legături complete*, iar la cel de-al IV-lea Congres Internaţional de Logică, Metodologie şi Filosofia Ştiinţei (Bucureşti, 1971), expune concepţia sa despre o extindere a teoriei probabilităţilor.

Principalele sale contribuţii sunt: teoria funcţiilor olotope (cf. o teorie similară a lui Stoilow a transformării holomorfe ca transformare interioară), formula Onicescu privitoare la geodezice (geometrie diferenţială), noţiunea de *lanţ probabilistic cu legături complete* (împreună cu Gh. Mihoc), concepţia despre teoria probabilităţilor şi posibilitatea de extindere a ei, conceptul de *funcţie sumă*, conceptul de *colectiv* în sens statistic şi în sens aleatoriu, operatorii fundamentali de selecţie etc.

În lucrarea *Principii de cunoaştere ştiinţifică* (1944), examinează matematica statistică şi probabilistică în perspectiva epistemologiei, iar în lucrarea *Principes de logique et de philosophie mathématique* (care include şi lucrarea citată din 1944), expune concepţiile sale despre filosofia matematicii şi, în particular, despre raportul dintre matematică şi logică.

*
*   *

Onicescu devine membru corespondent (1938) şi apoi membru titular al Academiei Române (1964). A fost:

– preşedinte al Comisiei de statistică teoretică şi matematică de pe lângă Direcţia Centrală de Statistică din Bucureşti,
– membru al Institutului Internaţional de Statistică de la Haga,
– membru al Academiei Economice şi Sociale din Trieste,
– membru al Uniunii Interbalcanice a Matematicienilor,
– rector al Colegiului Internaţional de Ştiinţe Mecanice din Udine.

B. PRINCIPALELE LUCRĂRI MATEMATICE ALE LUI ONICESCU

0. Teza de doctorat *Spaţii einsteiniene cu grup continuu de transformări* (1920) (nepublicată)
1. *Sur les zéros de fonctions* (1922)
2. *Statistique mathématique* (1927)
3. *Sur les transformations birationnelles* (1927)
4. *Calculul vectorial* (1928)
5. *Les méthodes topologique dans la théorie de fonctions de variable complexe* (1928)
6. *Sur le théoreme fondamental de l'algèbre* (1946)
7. *Calculul probabilităţilor* (1956; în fr., 1945)
8. *Strategia jocurilor cu aplicaţii de programare lineară* (1961)
9. *Numere şi sisteme aleatorii* (1962)
10. *Mecanica* (1969)
11. *Principiile teoriei probabilităţilor* (1969)
12. *Mecanica invariantă şi cosmologia* (1974)
13. *Elemente de statistică informaţională cu aplicaţii* (1979)
14. *Principes de logique et de philosophie mathématique* (1971)

C. ASPECTE FILOSOFICE ALE OPEREI MATEMATICE A LUI ONICESCU

O. Onicescu este în primul rând matematician, creatorul şcolii româneşti de teoria probabilităţilor; prin natura lor, calculul probabilităţilor şi statistica matematică au strânse legături cu experienţa din cele mai variate ramuri ale ştiinţelor naturii şi ştiinţelor umaniste, de la fizică până la teoriile sociale, îndeosebi acolo unde determinismul se îmbină cu hazardul, cu domeniile mai puţin abordabile, cu mijloacele clasice ale ştiinţei şi cu întrebările ce se ridică acolo unde regularităţile şi repetativitatea nu sunt dominante.

El se arată preocupat de natura matematicii în genere, de raportul dintre limbajul matematic şi doctrinele matematicii, de diversitatea ramurilor matematicii şi de puterea ei de a furniza modele pentru celelalte ştiinţe, îndeosebi pentru fizică; susţine natura sintetică şi constructivă a matematicii, nereductibilă la modele logico-formale, dar nici la o totală axiomatizare, fie ea cu mijloace precumpănitor matematice.

Pe de altă parte, nici un model matematic nu este adecvat diferitelor ramuri ale ştiinţei, dacă nu are o interpretare (şi confirmare) empirică; cu toată tendinţa firească a intelectului uman spre unitate, „trebuie respinse teoriile care încearcă să ofere un model şi un limbaj logic ori matematic cu pretenţia de a oferi (1) unitatea fizicii şi (2) un tablou asupra întregului univers”.

În genere, Onicescu este adeptul unui realism empiric, în sensul izomorfismului dintre formulele (schemele) matematico-fizice şi structurile realităţii care se manifestă în experienţă.

Experienţa are preeminenţă asupra teoriilor ori modelelor fizico-matematice, ceea ce nu înseamnă că teoriile matematice trebuie să fie aposteriorice.

Calculul probabilităţilor şi statistica matematică s-au arătat însă extrem de deschise noilor teorii şi experimente ale fizicii:

„În fizica nouă nu mai întâlnim decât *scheme matematice* care n-au prin ele însele o interpretare concretă. O atare interpretare este posibilă numai dacă precizăm *modul de experimentare*. Abia atunci schema capătă viaţă şi face să funcţioneze o corespondenţă între obiecte matematice şi obiecte fizice.

Voi adăuga numai că în această teorie, statistica are un rol esenţial legat de faptul că *mărimile* nu sunt considerate *valori în sine*, ci, în chip esenţial, ca *rezultate ale unui proces experimental*" (subl. n., *Principii*, p. 131).

Din perspectiva statisticii matematice, realitatea apare diferenţiată structural, astfel încât „o succesiune de stări, deci un fenomen şi legea corespunzătoare, vor însemna o succesiune de ... structuri statistice, un lanţ statistic, cum obişnuim a numi" (*op. cit.*, p. 103).

„Principiile noi ale statisticii, ca şi mecanica nouă statistică şi structurală, în aceeaşi vreme ... construiesc astfel lumea în perspective ierarhice, în care nu poate fi vorba de formalism a priori, nici de generalizare, ci numai de experienţă" (*op. cit.*, p. 104).

În ceea ce priveşte aspectele nedeterministe din diferitele domenii ale ştiinţelor, acolo unde sunt

prezenţi factori aleatori ca expresie a hazardului, prin categoria epistemologico-statistică de „colectiv", se arată cum jocul întâmplărilor se îmbină cu anume elemente de stabilitate şi regularitate, în primul rând, prin existenţa unei valori numerice medii (caracteristice) în jurul căreia se grupează celelalte valori statistice.

Pentru Onicescu, realitatea nu se opreşte la aspectul fizico-experimental, astfel încât, în spatele fenomenelor statistice, în care se manifestă un joc între stabilitate şi instabilitate, între legitate şi hazard, se află o altă realitate mai profundă, de ordinul absolutului:

„Ar părea că îndărătul acestor lucruri există o realitate mai profundă, care scapă înţelegerii noastre, care ţine de esenţa [fenomenelor statistice] şi care reglează într-un chip simplu, dar necunoscut, aceste fenomene cu aparenţa complexă, dar îndeajuns de legate între ele" (*op. cit.*, p. 14).
sau

„Anume valori medii caracteristice ale fenomenelor fizice par deci a reprezenta o realitate imuabilă, stabilă, căreia noi nu-i vedem decât aparenţele complexe" (*loc. cit.*).

Această perspectivă metafizică întregeşte concepţia lui Onicescu despre structura realităţii şi izomorfismul ei cu schemele fizico-matematice.

D. SEMNIFICAŢIA ŞI VALOAREA OPEREI MATEMATICE

Opera matematică a lui O. Onicescu cuprinde domenii variate, precum topologia funcţiilor de o variabilă complexă (introduce ideea de „transformare elotopă“, echivalentă cu aceea elaborată, independent, de Stoilow, – ideea de „transformare interioară“), teoria ponderilor statistice, teorema fundamentală a algebrei, formula Onicescu privitoare la geodezice (geometrie diferenţială), elaborarea conceptului de *lanţ probabilistic cu legături complete* (cu Gh. Mihoc), conceptul de *funcţie sumă* (în teoria probabilităţilor), ideea extinderii teoriei probabilităţilor şi teoria „mecanicii invariantive“ – considerată de Onicescu însuşi „creaţia principală a vieţii sale“ (cf. *Memorii*, vol. I, p. 5).

În domeniul filosofiei matematicii, a apărat autonomia matematicii în ansamblul ei, precum şi a diferitelor ramuri ale ei. A semnalat ca neadecvate tendinţele de axiomatizare totală a matematicii, fie ele cu mijloace logico-formale, fie cu mijloace pur matematice (teoria „grupurilor de transformări“), arătând pericolul ce stă în a reduce matematica la o „maşină“ ce produce automat formulele şi teoremele matematicii, anulând caracterul creator sintetic şi constructiv al gândirii matematice; a criticat tendinţele de logicizare a matematicii, dar şi tendinţa matematicii de a oferi modele pentru acele teorii fizice (de exemplu, teoria relativităţii) care au pretenţia de a oferi un tablou complet asupra lumii.

A subliniat rolul pe care îl are libertatea gândirii matematice, dar şi nevoia de aplicaţie a teoriilor matematicii în diverse domenii ale ştiinţei, cu condiţia ca experienţa să confirme modelele matematice.

A pus în evidenţă importanţa teoriei probabilităţilor şi a statisticii matematice în aplicaţie la unele din cele mai noi ramuri ale ştiinţelor (teoria cuantică, cinetica fizico-chimică, teoria genotipurilor în biologie, fenomenele statistice din economie şi diferitele aspecte ale vieţii sociale).

A arătat că gândirea nu se reduce la formele deductive ale logicii şi că există diferite alte moduri de gândire, cum este cea matematică, în care se îmbină intuiţia, constructivismul şi forţa creatoare a intelectului.

A susţinut izomorfismul între autenticele formule (scheme) şi structuri fizico-matematice cu structurile realităţii, postulând totodată existenţa unei realităţi transcendente şi absolute (practic incognoscibile) care reglementează modul de fiinţare a diferitelor fenomene ale ştiinţelor naturii şi societăţii.

A abordat categoria de *hazard* prin mijloace matematice (teoria probabilităţilor, statistica matematică, teoria sistemelor aleatorii etc.), iar prin categoria de „colectiv" a arătat cum se împletesc aspectele indeterministe (hazardul) cu legităţile şi regularităţile realităţii (determinismul relativ).

Prin categoria de *colectiv*, dezvoltată îndeosebi în direcţia epistemologico-statistică şi statistico-aleatoare, fără a fi elaborat o „logică a colectivelor", a deschis perspective în această direcţie.

E. PRINCIPALELE LUCRĂRI DESPRE LOGICĂ ALE LUI ONICESCU

Principalele lucrări despre logică ale lui O. Onicescu sunt:

Principii de cunoaştere ştiinţifică, edit. Oficiul de librării, Bucureşti, 1944 (171 p.) şi

Principes de logique et de philosophie mathématique, Editura Academiei Române, 1971 (224 p.).

Lucrarea *Principii* (1944) are urmatorul cuprins:

cap. I. *Principiile cunoaşterii statistice*;
cap. II. *Întâmplare şi probabilitate*;
cap. III. *Funcţia logică a infinitului*;
cap. IV. *Criza ştiinţei*;
cap. V. *Problema limbajului*;
cap. VI. *Criza nominalistă a ştiinţei. Funcţia limbajului*;
cap. VII. *Obiectul fizic*;
cap. VIII. *Probabilitate şi prevedere*.

La rândul ei, *Principes* (1971) are următoarea structurare:

cap. 1 – *Asupra formelor gândirii matematice;*
cap. 2 – *Categoriile logico-matematice;*
cap. 3 – *Principiile şi logica probabilităţilor;*
cap. 4 – *Funcţia epistemologică a infinitului şi antinomiile teoriei mulţimilor;*
cap. 5 – *Hazard şi probabilitate;*
cap. 6 – *Colectivul (Conceptul de colectiv);*
cap. 7 – *Matematicile şi crizele obiectelor ştiinţelor naturii;*

cap. 8 – *Eseu filosofic despre informaţie.*

Aceste două lucrări nu sunt independente între ele, deoarece *Principes* (1971) înglobează lucrarea *Principii* (1944); exceptând cap. 1, 2, 3 şi 8, celelalte capitole reprezintă traducerea în limba franceză a lucrării *Principii* (1944).

Spre a simplifica indicarea corespondenţelor, am notat cu cifre romane capitolele lucrării din 1944 (care în original nu are marcate numeric capitolele).

Corespondenţele dintre capitole:

cap. 4 (1971) corespunde cap. III (1944)

cap. 5 (1971) corespunde cap. II (1944)

cap. 6 (1971) corespunde cap. I (1944)

NOTĂ: Prima parte a cap. 6 (1971) , p. 122-148, traduce integral cap. I (1944), urmează partea a doua a cap. 6 (1971), p. 148-170, ce reprezintă două paragrafe ale cap. I din lucrarea *Numere şi sisteme aleatoare* (Editura Academiei, 1962), tradusă şi în franceză *Nombres et systèmes aleatoires* (Bucureşti – Paris, Eirolles, 1962); cap. I din lucrarea menţionată (1962) se intitulează *Şiruri de numere aleatoare*; paragrafele din acest capitol, incluse în cap. 6 (1971) p. 148-170, sunt paragraful 1, „Consideraţii generale“ (*op. cit.*, 1962, p. 13-15), şi paragraful 5, „Operatori de selecţie“ (*op. cit.*, p. 29-45), care, spre deosebire de lucrarea din 1971 (cap. 6), cuprinde şi o bibliografie cu 34 de titluri; cap. 7 (1971) cuprinde 3 cap. din *Principii* (1944): cap. IV, cap. V şi cap. VI.

F. PRINCIPALELE TEME DIN LUCRĂRILE DESPRE LOGICĂ ALE LUI ONICESCU

I. *Formele gândirii matematice (Principes*, cap. 1)
II. *Categoriile logico-matematice (Principes*, cap. 2)
III. *Problemele limbajului matematic (Principii*, cap. V)
IV. *Criza nominalistă a ştiinţei. Rolul limbajului (Principii*, cap. VI)
V. *Funcţia logică a infinitului (Principii*, cap. III)
VI. *Antinomiile teoriei mulţimilor (Principii*, cap. IV)
VII. *Principiile şi logica probabilităţilor (Principes*, cap. 3)
VIII. *Categoria de "colectiv"; accepţii terminologice (Principes*, cap. 6)
IX. *Şirurile aleatorii şi operatorul fundamental de selecţie* O_A *(Principes*, cap. 6)

I. FORMELE GÂNDIRII MATEMATICE
(*Principes*, cap. 1)

1. Raţionamente şi obiecte matematice

O. Onicescu distinge două aspecte de bază ale gândirii matematice: (i) *raţionamentul matematic* şi (ii) *obiectele* (matematice) la care se referă raţionamentul matematic.

Făcând această distincţie, Onicescu precizează că „procesul de demonstraţie este o formă necesară, dar particulară" (p. 9). Probabil autorul are în vedere

operaţiile matematice, ca distincte de demonstraţia propriu-zisă; însă, în concepţia sa operaţiile ţin mai degrabă de structura şi formarea obiectelor matematice. Fapt este că se conturează triada conceptuală: *raţionament matematic – operaţie matematică – obiect matematic*. Astfel, el scrie:

„Toate operaţiile care conduc la formarea unui obiect matematic valabil fac în mod necesar parte din ceea ce se numeşte raţionament matematic, constituind o parte cu multă pondere în ansamblul raţionamentelor, la care o parte vitală este evident reprezentată de asemenea prin raţionamentele deductive şi de raţionamentele inductive" (p. 11).

Referitor la rolul raţionamentelor deductive în matematică, autorul se mulţumeşte să considere că „e dificil să mai ai ceva de adăugat la opera deja clasică ce le priveşte" (*loc. cit.*); aici se face referire la opera logică a lui Aristotel şi la logica formală modernă; singurul exemplu de demonstraţie deductivă, dat în acest capitol, este cel al teoremei sumei unghiurilor unui triunghi în raport cu axioma paralelelor din cartea a III-a a lui Euclid (cf. p. 16).

Neocupându-se nici de raţionamentele inductive (cf. p. 11), putem spune că întregul capitol se referă la obiectele matematice, la structura lor şi la anume operaţii matematice.

2. Concept şi obiect matematic

Considerând raportul dintre obiectul matematic şi conceptul corespunzător lui, se apreciază că „obiectul [matematic] este mai complex decât conceptul ce-l

reprezintă şi care e redus logic la o definiţie; dimpotrivă, [obiectul] rezultă dintr-un act de sinteză matematică ... mai bogată decât conţinutul logic al conceptului" (p. 10).

3. Obiectele matematice

Încercând o caracterizare, în genere, a obiectelor matematice autorul scrie:

„Alcătuirea (*constitution*) obiectelor matematice nu este arbitrară, deşi se bazează pe cea mai mare libertate pe care o posedă spiritul nostru. Nefiind arbitrară, ea procedează după afinităţi structurale, urmărind analogia cu alte obiecte, chiar concrete, în conformitate cu necesităţile interne ale teoriilor în care urmează să fie înglobate sau pentru a răspunde exigenţelor logice interioare ale spiritului care încearcă sub forma experienţei mentale – elaborarea de construcţii matematice care să poată satisface anumite condiţii interioare" (p. 10) – cf. şi Al. Surdu, *Contribuţii româneşti...* (1999, p. 178).

Deosebind între *obiecte concrete* şi *obiecte abstracte*, Onicescu relevă faptul că *obiectele matematice* sunt în primul rând *abstracte*. Mai mult, în puritatea lui, un obiect matematic are o abstracţie de gradul II. Astfel, trebuie să deosebim între *abstracţia de gr. II* a cubului de exemplu – ca obiect matematic veritabil – şi *realizările matematice* ale cubului (ca ansamblu al punctelor ABCDEFGH din spaţiul euclidian) care sunt, la rândul lor, *abstracţii matematice de gradul I* ale *obiectelor* (*cuburilor*) *concrete*, de natură fizică (cf. p. 11).

4. Obiect epistemologic şi obiect ontologic

Se formulează apoi distincţia: *obiect* (matematic) *epistemologic* şi *obiect* (matematic) *ontologic*:

„Obiectul teoretic unic va fi pentru noi obiectul *epistemologic*, iar realizările – de asemenea teoretice – ale acestui obiect dobândesc caracter *ontologic*. Fiecare dintre realizările sale are o existenţă bine definită, asemeni aceleia a obiectelor concrete, distincte de ele, cu care au în comun toate caracteristicile epistemologice. *Experienţa* se adresează *obiectelor ontologice*, iar nu în mod direct obiectelor epistemologice" (p. 11).

NOTĂ. Triada obiect epistemologic – obiect ontologic – obiect empiric corespunde, în fond, triadei tradiţionale: *tipul generic* al obiectului matematic respectiv (ex. cercul în genere) – *formele determinate* ale tipului generic (ex. diferitele forme de cercuri geometrice) şi *figurile fizice concrete* ce corespund formelor geometrice. Primele două aspecte ţin de o distincţie în interiorul teoriei matematice.

Triada: *obiect epistemologic – obiect ontologic – obiect empiric* mai este redată (formulată) şi astfel: obiect *teoretic – realizările* teoretice (ale primului) – *obiect empiric* (cf. p. 12, ex. cu urna lui Bernoulli).

5. Conceptul şi obiectul de număr natural

Din punct de vedere logic este important modul în care Onicescu îşi reprezintă numărul, anume numărul natural; spre deosebire de logicism, care pune accent pe numărul (întreg) cardinal şi de teoria lui Peano care pune accent pe numărul (întreg) ordinal, Onicescu consideră că:

„Numărul natural... este rezultatul unei sinteze mentale între două alte obiecte: întregul ordinal şi întregul cardinal.

Întregul ordinal include relaţia de ordine sub forma restrânsă a succesiunii elementelor unui sistem, în timp ce întregul cardinal presupune relaţia de biunivocitate între două sisteme de elemente.

Cele două relaţii sunt primitive" (p. 13).

Oarecum, în opoziţie cu ultima propoziţie din citatul de mai sus, Onicescu arată că fiecare din cele două aspecte distincte: (i) *succesiunea* (ordinea) şi (ii) *corespondenţa biunivocă* se presupun reciproc (ca într-o interpretare dialectică – n. n.), căci:

a) între toate succesiunile finite *s* determinate (de numere ordinale) având aceleaşi indicii de ordine se stabileşte o corespondenţă biunivocă:

„Toate succesiunile *s* care corespund biunivoc în ordinea s_1, s_2,... s_n indicată prin formula (1) [s: s_1, < s_2, < ..., < s_n – n. n.] au, *prin definiţie,* acelaşi număr cardinal *n* care caracterizează *ordinea elementului ultim* al tuturor acestor succesiuni.

Numărul *n* ca simbol de ordine sau numărul ordinal primeşte în această interpretare o valoare universală, independentă de succesiunea specială prin care marchează un anumit loc de ordine" (p. 14).

b) Pe de altă parte, pentru a stabili o corespondenţă biunivocă între două şiruri, numerele componente trebuie aşezate în ordine succesivă, locul fiecărui număr ordinal fiind marcat de un indice; ceea ce ar arăta că în stabilirea corespondenţei biunivoce este presupusă succesiunea ordinală. „Aceasta vrea să spună că eficacitatea conceptului

de număr cardinal este obţinută cu ajutorul numerelor ordinale respective" (p. 14).

Concluzia acestei dependenţe reciproce între succesiunea numerelor ordinale şi corespondenţa biunivocă ce caracterizează numărul cardinal este formulată astfel:

„Cele două concepte de număr ordinal finit şi de număr cardinal finit se completează unul pe altul, iar sinteza lor constituie obiectul matematic pe care-l desemnăm ca *număr natural*" (p. 15).

Cât priveşte considerarea numerelor naturale din perspectivă *epistemologic-ontologic*, Onicescu scrie:

„Obiectul număr natural are caracter ontologic prin aspectul său de număr ordinal, dată fiind realizarea succesiunilor şi are caracter epistemologic prin aspectul său cardinal. Facem această remarcă pentru a arăta cât de complexă a fost lucrarea spiritului matematic care a ajuns la realizarea conştientă a numărului natural ce înglobează într-o unitate cele două caracteristici: ontologice şi epistemologice" (*loc. cit.*).

6. Obiect şi structură matematică

„O structură aparţine unui obiect. Ea reprezintă, în general, un sistem total ori parţial de caracteristici ale acestui obiect. Structura unui obiect [matematic] poate fi deosebită ca structură topologică, structură algebrică şi structură metrică" (p. 25).

„Crearea unui obiect poate aduce cu ea o structură ce nu era prevăzută în definiţie.

Orice obiect posedă o structură simplă sau compusă. Astfel, un grup posedă o structură simplă

– structura de grup. Alte varietăţi [de structură]... sunt caracterizate printr-o structură compusă din mai multe structuri distincte dintre care nici una nu constituie un obiect propriu-zis" (p. 25).

Aşa de exemplu, în teoria relativităţii, „universul" este obiectul, iar componentele structurii sunt „spaţiul", „timpul" şi „mişcarea" (cf. p. 26).

NOTA 1: Pentru o mai completă determinare a conceptului de obiect a se compara multiplele exemple de *obiecte matematice* din capitolul analizat aici cu exemplele de *obiecte fizice (ale fizicii)*, din *Principii* (1944), cap. VII („Obiectul fizic").

NOTA 2: Referitor la raportul dintre *obiect* şi *structură*, cf., de asemenea, *Principii* (1944), cap. VI, paragraf 5 (final) şi paragraf 6 („Obiect şi structură" p. 131-132), resp. *Principes* (1971), cap. 7, p. 171-211.

7. Obiectul „categorie"

„O categorie [în sens matematic] nu este un ansamblu în sensul propriu al acestui concept, deoarece *părţile* alcătuite din *elemente* ale unei categorii nu prezintă nici un interes special pentru proprietăţile Categoriei. Ea este mai întâi un *spaţiu* care este abia apoi un *ansamblu*.

O *categorie* este un *sistem de elemente* legate între ele prin *morfisme binare, tranzitive*.

Aceste obiecte sunt dintre cele mai generale pe care matematica actuală le cunoaşte. Ele înglobează, de exemplu, toate sistemele ordonate, relaţiile de ordine fiind morfisme. În particular, sistemul de

sub-spaţiu a unui spaţiu dat este o categorie ale cărei morfisme sunt relaţiile de incluziune.

Un corp borelian de sub-spaţii ale unui spaţiu dat este de asemenea o categorie" (p. 30).

8. Model şi teorie

„Anume obiecte (concrete, care au caracteristici comune mai mult ori mai puţin stabile) sunt susceptibile de o descriere matematică satisfăcătoare." Aşa este cazul sistemului solar. Prima descriere matematică unitară i se datorează lui Kepler. Ea constituie ceea ce se numeşte *model*. Acest model nu se reduce la o simplă imagine constituită dintr-un centru şi din elipsele care au acest centru ca focar al lor, ci înglobează de asemenea ceea ce se numesc legile lui Kepler ale mişcării planetelor" (p. 31).

Alt exemplu este modelul cuantic al lui Bohr pentru atomi sau modelul lui J. von Neuman şi O. Morgenstern pentru teoria jocurilor.

„Modelul corespunde unui obiect determinat. Matematicile n-au putut însă avea un model universal, aplicabil la toate obiectele experienţei noastre" (p. 34).

„Nu există încă un model matematic al întregii matematici, cum s-a crezut la un moment dat că poate fi modelul «mulţime»..."

„Nu există un model matematic pentru Universul fizic", există doar modele parţiale, la fel în ştiinţele economice şi sociale (*loc. cit.*). Acestea sunt principalele idei cuprinse în cap. I care priveşte „Formele gândirii matematice" şi care au relevanţă nu numai asupra filosofiei şi fundamentelor matematicii, ci şi asupra raportului dintre matematică şi logică.

II. CATEGORIILE LOGICO-MATEMATICE (*Principes*, cap. 2)

De la bun început trebuie să remarcăm că termenul „categorie“ din titlul cap. 2 „Categoriile logico-matematice“ nu are, în acest capitol din *Principes* şi, *eo ipso*, în titlul lui, sensul logico-filosofic tradiţional (Platon, Aristotel, Kant, Hegel etc.), ci înţelesul special din matematica modernă, unde „categorie“ este „un sistem de elemente legate între ele prin morfisme binare, tranzitive“ (*Principes*, cap.1, p. 30), prin „morfisme“ sau „omomorfisme“ înţelegându-se relaţiile speciale între două mulţimi, în particular fiind vorba de funcţiile injective, surjective ori bijective. Deci este vorba de o anume aplicaţie a teoriei matematice a categoriilor la „logica matematică“.

În al doilea rând, nu este vorba de „logica matematică“ în sens de „logică simbolică“ ori de „logică formală modernă“, ci de o ramură ori o aplicaţie a matematicii. Adept al respingerii oricărei implicări a logicii formale în explicarea mecanismului gândirii şi teoriilor matematice, autorul admite, în schimb, implicarea matematicii în logica formală modernă (logica simbolică).

Algebra lui Boole se află, obiectiv, între domeniul matematicii şi cel al logicii simbolice, însă matematicienii o consideră ca o ramură a matematicii. O. Onicescu scrie:

„Legile gândirii logice exprimate de George Boole (*Legile gândirii*, 1854) sub formă algebrică au constituit baza şi în acelaşi timp justificarea *teoriilor matematice* care se numesc *Logica matematică* (şi care aspiră la realizarea configuraţiei esenţiale şi ireductibile a oricărei doctrine ştiinţifice)“ (subl. n., p. 43).

Deci *logica matematică* este un anume ansamblu de *teorii matematice.*

În al treilea rând, urmând o altă cale decât cea a intuiţioniştilor şi a lui Hilbert-Bernays, Onicescu îşi propune să construiască o logică propoziţională fără negaţie; astfel de logici (fără negaţie, cel puţin în axiome) au fost numite „logici pozitive". S-a creat însă o anume confuzie în cursul identificării negaţiei cu falsul. Trebuie precizat însă că atât „logica pozitivă" a lui Hilbert-Bernays, cât şi logica intuiţionistă a lui Heyting nu elimină valoarea de fals (cea de-a doua logică este cel puţin trivalentă; Heyting însuşi a formulat matrici trivalente).

Cel care construieşte o logică şi fără negaţie şi fără valoare de fals este F. C. Griss (1951); în acest caz însă, aşa cum observă Al. Surdu, se ridică problema „reinterpretării operaţiilor logice (care nu mai sunt funcţii de adevăr"), cf. *Orientări contemporane în filosofia logicii* (1991, p. 337), şi deci nu mai au nici matrici valorice 0-1.

Ideea intuiţioniştilor, ca şi cea a lui Onicescu, este că în matematică nu există decât propoziţii adevărate: acesta este un punct de vedere incorect, ce se ascunde în spatele contestării terţului exclus, în sensul că există propoziţii indecidabile (de aici rezultă însă o logică trivalentă) şi că demonstraţia prin reducere la absurd nu e pur matematică. Adevărul şi falsul sunt însă corelative.

Oricum, Onicescu îşi propune să construiască (să schiţeze) un anume tip de logică pozitivă, independent de intuiţionişti ori de axiomatica lui Hilbert, pornind de la observaţia că, deoarece orice „teorie ştiinţifică" riguroasă (cum este, de pildă, geometria euclidiană,

aritmetica sau teoria probabilităţilor) este un sistem alcătuit numai din propoziţii adevărate, „logica lor nu se va ocupa decât de propoziţii adevărate" (cf. p. 43-44). Raţionamentul ori justificarea este fragilă: orice ştiinţă şi, în primul rând, logica are ca obiect adevărul; numai că orice propoziţie adevărată se poate arăta, în principiu, ca pseudo-adevărată şi, în plus, oricărei propoziţii adevărate îi corespunde cel puţin o propoziţie falsă.

Pe de altă parte, identificarea propoziţiilor negative cu falsul este, fireşte, ea însăşi falsă; negaţia are doar anume conotaţii ce consonează cu falsul, şi anume: însăşi definirea falsului (la Aristotel cel puţin) se face prin negarea adevărului şi, apoi, orice propoziţie falsă este respinsă din sistem cu ajutorul negaţiei.

Fapt este însă că propoziţiile afirmative pot fi false, după cum propoziţiile negative pot fi adevărate; de altfel definirea adevărului şi a falsului (cel puţin, la Aristotel) se face mai întâi pe cazul propoziţiilor adevărate (afirmative ori negative).

Folosind variabilele propoziţionale cu cele două valori de adevăr, Adevărat (1) şi Fals (0), logica propoziţională poate defini operaţiile, interpropoziţionale (prin aşa-numitele matrici valorice).

Să mai adăugăm că, dacă matematica nu s-ar confrunta cu propoziţii false, atunci teoremele n-ar avea nevoie de demonstraţii.

NOTĂ: Să adăugăm aici că în logica simbolică s-au introdus, drept operaţii logice speciale, acele operaţii interpropoziţionale ce exprimă tautologii, deci formule ce nu au cazuri de Fals; astfel de conectivi sunt studiaţi de pildă de H. Reichenbach, care-i notează cu un apostrof (enunţurile respective fiind numite „nomologice").

Astfel, legea adiţiei se va nota $p\supset' p\vee q$, în loc de simpla formulă $p\supset p\vee q$, iar legea simplificării se va nota $p.q\supset'.p$, în loc de simpla formulă $p.q\supset q$; tot tautologică este şi implicaţia inferenţială: $p(p\supset q)\supset' q$ (cf. H. Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic* (1947, p. 40-41 şi cap. VIII).
Pe de altă parte, un caz analog este cel al „implicaţiei stricte" a lui Lewis, unde adevărul are conotaţia modală a necesităţii.

Onicescu, propunându-şi să construiască o teorie „logică", de fapt matematică ori metamatematică, asupra propoziţiilor matematice ce sunt numai adevărate, lucrează nu numai cu ceea ce s-a numit „logica pozitivă", ci şi cu o „logică monovalentă" – termenul e introdus de Al. Surdu în *Elemente de logică intuiţionistă*, 1976, p. 121, fără a fi folosit de însuşi Onicescu ce-şi caracterizează sistemul ca fiind „liber de negaţie" (cf. O. Onicescu şi E. Radu, *Researches on mathematical logic...*, în *Rev. Roum. Sci. Sociales – Philosophie et logique* 3/1975 (p. 187).

Ideea unei „logici monovalente" este însă cel puţin bizară; dacă logica ar elimina valoarea de adevăr – Fals, (i) ar dispărea matricile valorice ce definesc operaţiile logice; (ii) variabilele propoziţionale p, q etc. *n-ar mai fi variabile* în raport extensional cu cele două obiecte abstracte Adevăratul (1) şi Falsul (0), ci ar fi toate constante extensional, variabilitatea lor rămânând în planul intensiunii; (iii) ar dispărea conceptul fundamental de funcţie logică propoziţională; (iv) ar rezulta pentru calculul propoziţional cele mai „bizare" formule, cum ar fi identitatea (echivalenţa, „egalitatea") dintre disjuncţie şi conjuncţie (cf. Al. Surdu, *op. cit.*, p. 121, pentru cazul logicii lui Griss); deci oricare conjuncţie

„$p \wedge q$" este echivalentă cu disjuncţia „$p \vee q$" şi oricare din cele două propoziţii compuse (formule) sunt echivalente cu propoziţiile componente p şi q (cf. Al. Surdu, *Contribuţii româneşti*..., 1998, p. 125).

A vorbi de logici propoziţionale „monovalente" este tot atât de fără sens ca şi a vorbi de algebre boolene „monovalente".

Privit însă mai îndeaproape, specificul sistemului „monovalent" al lui Onicescu are două caracteristici: (a) este vorba nu de o logică formală (simbolică), ci de o „teorie matematică" şi (b) avem de-a face cu o „răsturnare" cu aspect pseudodual a calculului propoziţional. Astfel, în loc de teoremele calculului propoziţional

$p \wedge q \rightarrow p$ (resp. $p \wedge q \rightarrow q$) – Teorema simplificării (1)
$p \rightarrow p \vee q$ (resp. $q \rightarrow p \vee q$) – Teorema adiţiei (2)

şi

$p \wedge q \rightarrow p \vee q$ (3)

În sistemul lui Onicescu avem

$p \vee q \rightarrow p$ (resp. $p \vee q \rightarrow q$) (1')
$p \rightarrow p \wedge q$ (resp. $q \rightarrow p \vee q$) (2')

şi

$p \vee q \rightarrow p \wedge q$ (3')

(cf. *Principes*, p. 47-49).

Onicescu distinge două astfel de „logici" (de fapt, „construcţii matematice"), şi anume *logica epistemologică* şi *logica ontologică*; apelativele „epistemologic" şi „ontologic" au sensul special din *Principes*, cap. I, din distincţia dintre „obiecte matematice epistemologice" (abstracţie de gr. II) şi „obiecte matematice ontologice" (abstracţie de gr. I).

Distincţia dintre „logica epistemologică" şi „logica ontologică" corespunde deosebirii în capacitatea lor de a formaliza diferite teorii matematice. În „logica ontologică" se ţine seama de existenţa obiectelor. Una dintre caracteristicile „logicii ontologice", spre deosebire de cea epistemologică, stă în aceea că este „constructivă", iar drept caracteristică aparte (a „logicii ontologice") este faptul că idempotenţa (valabilă în logica epistemologică) are forma (*op. cit.*, p. 59):

$$p \vee p = p_2$$

această formă a disjuncţiei ontologic „constructive" (notată: v) permite aplicaţia logicii ontologice la aritmetică şi la inducţia matematică.

NOTĂ: Evident că dacă $p \vee p \neq p$ şi $p \vee p = p_2$, nu mai este vorba de idempotenţă, ci de un soi de adunare (sumă) logică izomorfă cu „1+1=2".
În finalul capitolului 2 sunt examinate (i) inducţia matematică, (ii) inducţia integrală şi (iii) inducţia aleatorie.

III. PROBLEMA LIMBAJULUI (MATEMATIC) (*Principii*, cap. V)

Aşa cum am semnalat mai sus, cap. 7 din *Principes* (1971) – intitulat „Matematica şi crizele obiectelor din ştiinţele naturii" – înglobează trei capitole din *Principii* (1944), şi anume: cap. IV, „Criza ştiinţei", cap. V, „Problema limbajului" şi cap. VI, „Criza nominalistă a ştiinţei. Funcţia limbajului". În cele ce urmează ne vom opri numai asupra cap. V şi VI din *Principii* (1944) întrucât acestea sunt relevante pentru precizarea raportului dintre matematică şi logică la Onicescu.

Cap. V din *Principii* reprezintă o introducere la problematica cap. VI „Criza nominalistă a ştiinţei. Funcţia limbajului"; trei sunt subiectele predilecte ale cap. V: (i) funcţia limbajului matematic (în raport cu doctrinele şi teoriile matematice); (ii) funcţia limbajului ştiinţific în genere şi (iii) raportul dintre limbajul ştiinţific şi limbajul natural.

1. Asupra raportului limbaj – teorie în matematică (§ 1)

Însuşi titlul §1 (cap. V) este sugestiv pentru tematica abordată: „Doctrinele extremiste: 1 – Matematica este un limbaj; 2 – Limbajul este un epifenomen". Generalizând problema din perspectiva filosofiei limbajului ştiinţific, se pune problema raportului între o teorie ştiinţifică şi limbajul corespunzător ei. Adoptând o poziţie rezonabilă, autorul respinge ambele doctrine

extremiste: limbajul (matematic) este „un sistem de semne şi de propoziţii" prin care „se exprimă fondul fiecărei teorii [matematice]" (p. 107).

Referitor la alternativa extremistă, autorul scrie:

„Pentru unii gânditori, întreaga Matematică se reduce la un limbaj, la un joc de semne, care poate fi complicat la infinit. Pentru alţii, limbajul n-are nimic esenţial, nimic care să angajeze soarta unei doctrine matematice" (*loc. cit.*).

Poziţia autorului este precizată astfel:

„Nici una dintre aceste două poziţii n-a găsit încă o justificare completă.

Încercarea de a reduce Matematica la un *joc de semne*, pornind de la câteva convenţii fundamentale se poate considera astăzi, după istoria plină de încercări a *Logisticii,* ca nereuşită..." (subl. n., *loc. cit.*).

NOTA 1: Prin „logistică" autorul înţelege în primul rând *logica simbolică* dezvoltată în principal de reprezentanţii *logicismului* (Frege, Russell, Whitehead etc.)
NOTA 2: Tendinţa semnalată mai sus va fi numită (etichetată), în cap. VI, drept „nominalism".

Autorul continuă:

„În ceea ce priveşte cea de-a doua atitudine extremistă, pentru care limbajul este un simplu auxiliar neesenţial ştiinţei, ea este legată, deşi nu în chip absolut, de poziţia din ce în ce mai autoritară pe care o ia *axiomatica* înlăuntrul fiecăreia dintre disciplinele matematice" (subl. n., p. 107-108).

NOTĂ: Critica diferitelor încercări de axiomatizare integrală a elementelor matematice va fi dezvoltată în cap. VI.

2. Principiul corespondenţei şi funcţia esenţială însă nu totală a limbajului (§ 2)

Ideea principală a acestui paragraf este următoarea:

(a) Potrivit principiului corespondenţei formulat de N. Bohr, se stipulează că „limbajul fizicii clasice se *păstrează* şi pentru fenomenele fizicii cuantice" (p. 109).

(b) Acest principiu, referitor la raportul dintre fizica macroscopică şi mecanica (fizica) cuantică (intraatomică), se întemeiază pe – şi vrea să exprime – faptul că „oricărui fenomen [intraatomic] îi corespunde în aparatele noastre un fenomen susceptibil de a fi expus în limbajul clasic [al fizicii macroscopice]" (p. 109).

(c) Aici sunt vizate în primul rând *experienţa* şi *experimentele*, precum şi modul de redare (exprimare) a acestora prin formule ştiinţifice, iar nu teoriile fizice (corespunzătoare) ca atare; altfel, cele două mari ramuri ale fizicii ar fi identice, ceea ce, evident, nu este cazul:

„Dacă limbajul ar fi identic cu ştiinţa ar însemna că fizica cuantică şi cea clasică sunt identice", ceea ce este o concluzie „contradictorie" şi „absurdă" (*loc. cit.*).

3. Concluzie privind raportul limbaj – teorie (§ 5)

În urma examinării unor exemple de folosire a unuia sau altuia dintre limbajele proprii diferitelor doctrine matematice (îndeosebi cele geometrice, dar şi din alte domenii) autorul conchide:

„Noţiunea de limbaj depăşeşte, prin urmare, noţiunea de disciplină, de doctrină geometrică, o depăşeşte fără s-o înlocuiască. Se poate spune – cred – că fiecare disciplină creează un limbaj, dar că acesta

devine capabil de a se pune în serviciul celorlalte discipline" (p. 115).

4. Grupul este un fapt de limbaj ? (§ 6)

Paragraful 6 (cap. V) cuprinde două idei:

(1) Fără a defini ce înţelege prin „grup", autorul afirmă, oarecum, abrupt:

„Nu cred că exagerez dacă afirm că *grupul* este prin esenţa lui un fapt de limbaj. El închide un aspect formal care depăşeşte conţinutul de aplicaţiuni dincolo de orice particulară precizare a elementelor ce-l constituie..." (p. 115).

Anterior se precizase doar atât:

„Noţiunea de *grup* – de pildă – a servit pentru a sistematiza analogiile pe care le practică spiritul condus de fenomenele de expresie dinlăuntrul disciplinelor" (*loc. cit.*).

NOTĂ: Nu este limpede dacă autorul înţelege prin „grup" ceea ce în matematică este desemnat ca o *anume structură algebrică* (aplicată în teoria numerelor etc.) sau, în sens mai general, conceptul de „grup" în sensul lui F. Klein (Programul de la Erlangen), conform căruia geometria poate fi privită ca teorie a *invarianţilor* unui anume *grup de transformări*. Cum Onicescu se referă, în contextul axiomatizărilor consistente la „grup de transformări" în sensul lui Klein, în capitolul următor (cap. VI, § 7), unde face referiri şi la limbajul geometric (cf. p. 132-133), suntem înclinaţi să credem că, în contextul analizat mai sus, ar putea fi vorba de „grup" în sens Klein.

(2) Cea de-a doua idee principală formulată în cap. V, § 6 este:

„... după părerea noastră nu se poate defini în chip absolut ce este limbajul, cel puţin în matematică, şi mai ales nu cred că marginile pe care i le văd eu să fie identice cu acelea pe care i le văd alţii" (p. 116).

5. Limbajul natural şi limbajul ştiinţific (§ 7)

Referindu-se la limbajul natural, O. Onicescu evidenţiază, ca principală funcţie a acestuia, funcţia de *exprimare* în raportul limbă-gândire:

„... limba curentă în care exprimăm gânduri, senzaţii, limba ca formă a expresiei..." (p. 116).

În al doilea rând, după ce menţionează chestiunea traductibilităţii între diferite limbaje naturale exprimând aceleaşi gânduri, autorul relevă „expresivitatea" proprie fiecărei limbi naturale şi specificul ei naţional, în sensul inseparabilităţii dintre o anume limbă şi sufletul ei naţional. Tot atât de inseparabile sunt limba unei anume ştiinţe şi doctrina (teoria) ştiinţifică respectivă.

Temele dezbătute în cap. V sunt reluate şi dezvoltate în cap. VI.

IV. CRIZA NOMINALISTĂ A ŞTIINŢEI. FUNCŢIA LIMBAJULUI (*Principii*, cap. VI)

Se reia chestiunea raportului dintre limbajul ştiinţific şi cunoaşterea ştiinţifică, avându-se în vedere, de fapt, limbajul matematic şi cel logistic. Sunt menţionate teoriile care au încercat să construiască o

ştiinţă unică sau să confere unitate ştiinţei în genere sau uneia dintre ştiinţele fundamentale (matematica, fizica etc.); în sens critic, sunt menţionate îndeosebi teoria relativităţii (matematizarea ei) şi logicizarea reductivă a matematicii (logicismul, pozitivismul Şcolii de la Viena etc.).

Chestiunea limbajului este esenţială pentru aceste teorii; prin ponderea acestuia se creează „iluzia unei ştiinţe totale şi total matematizate". Cea mai expusă reducerii cunoaşterii ştiinţifice la limbajul corespunzător este matematica.

„Nicăieri ca în matematică credinţa în identitatea ştiinţei însăşi, ca sistem de cunoaştere, cu forma expresiei sale, cu limbajul corespunzător, nu este mai răspândită" (p. 119). Se susţine deosebirea, pe de o parte, distincţia dintre (a) ceea ce este limbaj, expresie şi (b) ceea ce este cunoaştere, conţinut al ştiinţei, iar, pe de alta, complementaritatea şi unitatea dintre ele: „Nu vom putea niciodată să desfacem unitatea ştiinţei în formă şi conţinut, fiecare de sine stătătoare".

Sunt respinse cele două tendinţe unilaterale (i) reducerea ştiinţei numai la formă, dar şi (ii) reducerea la cunoaşterea pură, limbajul rămânând un simplu epifenomen.

Prima tendinţă este numită de autor „tentaţia nominalistă"; de altfel întregul capitol VI se numeşte „Criza nominalistă a ştiinţei". Pentru a înţelege mai bine accepţia pe care o dă autorul termenului de „nominalism", vom considera exemplele semnificative în acest sens.

NOTĂ: Atunci când vorbeşte de „nominalism", autorul are în vedere (a) în primul rând preeminenţa *limbajului simbolic* în

defavoarea *cunoaşterii ştiinţifice*, a *formei* în raport cu *conţinutul*; în măsura în care nominalismul neagă existenţa universaliilor reale (în sens platonician, în primul rând), cât şi a noţiunilor ori conceptelor (universaliile noetice), admiţând doar universalitatea cuvintelor şi semnelor, folosirea termenului este îndreptăţită; (b) însă autorul foloseşte termenul de „nominalism" pentru aproape toate tendinţele logico-matematice pe care le critică, depăşind astfel domeniul ce-i revine acestui termen.

Pentru a aprecia o tendinţă drept „nominalistă" (ori „conceptualistă" ori „realistă") nu este suficientă considerarea primelor două elemente ale triadei limbă-gândire-cunoaştere (semn-înţeles-lucru), ci întreaga triadă.

Întrucât termenul de *nominalism* are în expunere şi alte aplicaţii ce se abat de la înţelesul standard al cuvântului, îl vom scrie între ghilimele explicând accepţiile respective.

α. NOMINALISMUL CA LOGICISM ŞI LOGISM (LOGISTICISM)

1. Nominalismul logistic (§ 9)

În ultimă instanţă, ceea ce critica, în principal, Onicescu în filosofia logicii şi a matematicii (cf. § 9-13, § 15-16) sunt următoarele:

(a) *logistica* însăşi (logica simbolică) şi, în ultimă instanţă, *logica formală* în genere (deci şi logica clasică);

(b) *logicismul* cu încercarea lui de a reduce matematica la logică (Frege, Russell, Whitehead, Wittgenstein, Couturat etc.);

(c) *logicismul Şcolii de la Viena* cu încercarea lui de a găsi un *limbaj unic pentru ştiinţă*;

(d) *teoria demonstraţiei a lui Hilbert;*

(e) *teoria axiomatică a numerelor a lui Peano;*

(f) *teoria axiomatică a mulţimilor a lui Zermelo* (respingând *axioma alegerii*).

Cu excepţia lui (f), autorul desemnează aceste orientări prin termenul de „logistică".

NOTĂ: Identificarea „logicismului" (ca tendinţă de logicizare a matematicii) cu „logistica" este mai mult decât discutabilă; termenul propus de şcoala franceză (M. Itelson, Lalande, Couturat, în 1904) este sinonim cu „logica simbolică" ori cu „logica matematică", prin urmare, cu varianta modernă a logicii formale, în opoziţie (distincţie) cu logica clasică.

Pe de altă parte, logicismul, ca să poată logiciza matematica, s-a folosit în principal de teoria numerelor (aritmetică) şi de teoria mulţimilor, doctrine, în principiu, extralogice.

Referindu-se la *logicism, la teoria demonstraţiei* şi la *pozitivismul logic* al Cercului Vienez, autorul scrie cu sens negativ:

(a) „În *ştiinţa numerelor*, deci, trebuie [ar trebui] să căutăm *siguranţa matematicii*...", completând această afirmaţie cu adaosul:

(b) [aici găsim] „*siguranţa tuturor operaţiilor ei* [ale aritmeticii];

(c) garanţia că *noţiunile* cu care lucrăm *rămân pure şi identice* cu ele însele *de-a lungul oricărei operaţii*", şi în fine:

(d) „ceea ce este condiţia de bună funcţionare a *oricărui limbaj, chiar nematematic*".

Ne vom opri asupra propoziţiei (c) din citatul menţionat:

(c) „garanţia că *noţiunile* cu care lucrăm rămân pure şi *identice* cu ele însele *de-a lungul oricărei operaţii*".

Aici este vizat principiul de bază al oricărei expuneri ştiinţifice: *coerenţa logică*.

Tendinţa *antilogică* este evidentă. Vom observa următoarele: chiar dacă nu se operează cu noţiuni (termeni) pure, adică „formale", ci cu termeni având *conţinut conceptual* ori *empiric* (interpretare experimentală – ca rezultat al unei experienţe fizice) – noţiunile trebuie *precizate*; o dată precizate, încălcarea *principiului identităţii* în forma cerinţei *coerenţei* scoate orice expunere de sub caracterul de ştiinţă; iar dacă acelaşi termen îşi schimbă înţelesul ori interpretarea, atunci avem de-a face cu o „polisemie" care poate fi precizată, lămurind de fiecare dată noul înţeles al termenului sau „transformarea" noţiunii prin aplicaţii la domenii diverse ori eterogene, ceea ce duce la o clasă de noţiuni mai mult ori mai puţin apropiate sinonimic ori referenţial; dar fiecare particularizare a respectivului termen, având o accepţie precizată, trebuie să rămână, pe „porţiunea" (segmentul) ce-i revine, identică cu sine.

β. „NOMINALISMUL" CA AXIOMATISM LOGICO-FORMAL

În § 9 al cap. VI („Nominalismul logistic"), „nominalismul", în accepţia lui Onicescu, capătă şi o a doua conotaţie: „axiomatism logico-formal".

Enunţul paradigmatic pentru această tendinţă (valabil pentru logicism, teoria demonstraţiei a lui Hilbert, pozitivismul logic, teoria axiomatică a

mulţimilor a lui Zermelo şi axiomatica lui Peano) este următorul pasaj:

„De rândul acesta nu mai este vorba de sistematizări ale unor corpuri de doctrină specială, ci de *axiomatizarea ştiinţei numerelor în totalitatea* ei, astfel încât în afară de axiome, de postulate şi definiţii, ştiinţa se poate constitui cu *procesele pur formale ale logicii deductive*" (p. 135).

NOTA 1: Autorul nu respinge numai întemeierea teoremelor pe procedee deductiv-axiomatice, (căci atunci s-ar putea face o analogie cu teorema de incompletitudine a lui Gödel pentru sisteme de tip „Principia Mathematica"), ci, după cum vom vedea, reducerea unei axiomatici la procedee de derivare, chiar dacă acestea sunt numai de natură matematică („grup de transformări").

NOTA 2: Din punctul de vedere al filosofiei logicii şi al fundamentelor matematicii ar fi fost firesc ca autorul să se oprească mai pe larg asupra primei şi celei mai însemnate tendinţe, a celei mai apropiate de logica simbolică, şi anume asupra logicismului.

Identificând „logicismul" cu „logistica" (logica simbolică), întreaga critică şi respingere a importanţei logicii formale moderne (în varianta logicismului) se reduc la o simplă propoziţie: „Logistica cu Frege, Peano, Russell, Whitehead, Couturat, Wittgenstein, urmăreşte realizarea acestui ambiţios proiect încheiat cu crearea câtorva paradoxe" (p. 135).

2. Nominalismul Teoriei Demonstraţiei (§ 11)

Paşii teoriei demonstraţiei lui Hilbert sunt redaţi astfel:

(i) obiectivul de a construi o matematică „care să se reducă la o *pură demonstraţie*";

(ii) axiomele matematicii cuprind „presupoziţii cu conţinut (*Inhalt*)"; or certitudinea absolută a matematicii se pierde, dacă alegem drept punct de plecare axiome cu conţinut;

(iii) aşadar „axiomele lui Hilbert sunt *pur formale*, pur logice";

(iv) „orice afirmaţie matematică sau matematico-filosofică se reduce la o formulă precisă, adevărată sau falsă, ceea ce se poate stabili cu rigurozitate în cadrul teoriei".

(v) „Rolul matematicii este poate numai de a ne furniza raţionamente şi forme, şi nu de a căuta care sunt acelea care se aplică cutărui obiect" (Herbrand).

Considerând însăşi redarea formulărilor menţionate ca evident „nominalistă", Onicescu menţionează:

„Teoria demonstraţiei ne duce de-a dreptul la o *maşină pură* care fabrică din nimic, cu simple convenţii, teoreme, relaţii, mărimi de diferite ordine, ecuaţii şi integrale" (p. 138).

Trei principii demonstrate de Hilbert sunt supuse criticii:

2.1. *Principiul (alegerii) ale lui Zermelo* (§ 14)

Fără a examina procedeul de demonstraţie, Onicescu conchide direct:

„[demonstraţia lui (i)] ne arată că, în realitate, axiomele lui Hilbert cuprind implicit o *presupoziţie de existenţă* care nu se poate demonstra. Această presupoziţie n-a putut fi deci înlăturată din sistemul de axiome, aşa cum a voit... autorul lor."

NOTĂ: După ce anterior, atât teoria lui Hilbert, cât şi pozitivismul logic au fost considerate „nominaliste", autorul adaugă: „De aceea teoria lui Hilbert *nu* este o *pură teorie a demonstraţiei*, ci trebuie şi ea încadrată în *neoplatonismul logistic* al şcolii de la Viena."
Oricât ar fi de neobişnuite accepţiile termenului „nominalism", la Onicescu, echivalarea lui cu „neoplatonismul" creează o evidentă confuzie şi inconsecvenţă în expunere.

2.2 *Demonstrarea principiului terţului exclus* (§ 12)

Demonstraţia lui Hilbert este redată astfel: „Dacă o propoziţie nu e valabilă pentru toate numerele întregi, există un număr pentru care ea nu (sic!) este valabilă."

Nici acest procedeu de demonstraţie nu este examinat de Onicescu.

NOTA 1: Tendinţa *antilogistică* şi *antilogistă* este evidentă prin aceea că e suficient că unii matematicieni (Weyl şi îndeosebi intuiţionistul Brouwer) au relevat şi au „arătat neîndoielnic că există o categorie de *propoziţii necontradictorii* cu propoziţiile cunoscute despre care *nu putem spune nici că sunt adevărate*, cum pretinde logica ştiinţifică hilbertiană, *nici că sunt false*" (p. 139).
Se face referinţă la raportul dintre o „propoziţie care se referă la tot, dacă e vorba de o mulţime infinită" şi „propoziţiile care se referă la elemente individuale ale totului", raport care este „un joc", ce trebuie sau *verificat prin experienţă* sau rezolvat cu ajutorul unor „demonstraţii care nu pot avea caracter universal" (ca la Hilbert), ci „unul *particular*, cu referinţă la fiecare mulţime determinată" (loc. cit.)

Concluzia acestei *abateri* de la legea terţului exclus (cunoscută, sub diverse forme în logica clasică şi modernă) este următoarea:
Dacă teoria lui Hilbert ar fi demonstrat [universalitatea] terţului exclus, semnificaţia ar fi că „teoria demonstraţiei conţine în chip esenţial aceeaşi lipsă de *putere creatoare* ca şi principiul (respectiv)" (p. 141).

NOTA 2: Pornind de la sloganul lui Wittgenstein, că logica e o tautologie, Onicescu aderă la concepţia (mai mult decât discutabilă) că *raţionamentele deductive* (logic-formale) şi „enunţurile mereu adevărate" sunt forme de *tautologie*, lipsite de forţă productivă.
Este limpede că gândirea matematică se deosebeşte de cea logic formal, prin caracterul ei *creator* şi *constructiv,* dar nu-i mai puţin adevărat că, dacă logica nu e complementară, ca o condiţie necesară (nu suficientă) a oricărei forme de gândire ştiinţifică, se ajunge la *incoerenţă*.

2.3. *Principiul inducţiei complete* (§ 13)

Critica încercării lui Hilbert de a demonstra şi acest principiu se traduce la o singură sintagmă: „a încercat".

În rest, se opune poziţia matematicienilor Poincaré, Hadamard etc., care consideră inducţia matematică „un raţionament inedit", principiul ei fiind indemonstrabil.

Intuiţionismul lui Brouwer acordă o mare importanţă şi dă o mare extensiune acestui principiu; semnificaţie: prin el se relevă încă o dată *caracterul creator* (productiv) al gândirii matematice în raport cu „tautologismul" demonstraţiilor logice.

3. Intuiţionismul ca doctrină antinominalistă (§ 14)

Acceptarea curentului intuiţionist nu este întemeiată pe analiză şi demonstraţie, ci doar pe două considerente principale: (a) se exclude complet orice întrebuinţare a terţului exclus şi (b) se susţine caracterul creator şi constructivist al gândirii matematice.

γ. RAPORTUL DINTRE LOGICĂ ŞI MATEMATICĂ

4. Matematizarea logicii (§ 17)

Adversar nu numai al expansionismului logicist, ci şi al oricărei forme de implicare a logicii în matematică, Onicescu consideră în schimb că operaţia inversă – matematizarea logicii – „a avut un succes hotărâtor" (*op. cit.*, p. 144).

Prin matematizarea logicii, Onicescu înţelege în primul rând algebrele Boole; acestea sunt însă, de fapt, doctrine ce stau la graniţa dintre matematică şi logica formală. Apoi, printre diferitele forme de matematizare, Onicescu înţelege acele teorii axiomatizate ce sunt „adevărate algebre cu elementele şi operaţiile lor". Este citat Moisil, prin modelele sale de tip logico-matematizant şi, îndeosebi, „teoria structurilor" a lui Ore, Birkhoff ş.a. – „un tip remarcabil de schemă logică matematizată" (p. 145). În genere, Onicescu înţelege prin „logica matematică" nu logica simbolică, ci aceste „teorii matematice" cu rezonanţă logică.

5. Planul logic este diferit de cel matematic (§ 18)

Nici măcar atunci când formulează această idee, Onicescu nu se referă la raportul dintre logica formală

şi gândirea matematică, ci la raportul dintre formele amintite de matematizare a logicii, care nu sunt în fapt decât un tip special de „teorii matematice", şi matematica propriu-zisă; referitor la acest raport el scrie:

„… matematica este mai bogată în aceste scheme decât fiecare dintre tipurile de logică reprezentate de Algebrele despre care am vorbit mai sus, că în orice caz, […], planul logic este diferit de acela matematic…" (p. 145).

Ceea ce susţine aici Onicescu este că anumite „teorii matematice (algebrizante)", numite „logică matematică" (repetăm, nu în înţelesul de logică formală modernă), deci aceste forme de „prozelitism matematic" sunt mai sărace în conţinut decât matematica însăşi!

*

*   *

Până acum am examinat critica autorului faţă de anumite tendinţe în filosofia logicii şi a fundamentelor matematicii, şi anume:

(α) *„Nominalismul" ca logicism* (reducerea matematicii la logică, şi ca *logisticism* (tendinţa negativă faţă de logica formală în genere, îndeosebi faţă de logica simbolică de tip *„Principia Mathematica"*);

(β) *Nominalismul ca axiomatism logico-matematic* (teoria mulţimilor a lui Zermelo, teoria numerelor a lui Peano, teoria demonstraţiei a lui Hilbert, programul logicismului etc.);

(γ) *Raportul dintre logică şi matematică*, prin aceasta înţelegându-se raportul dintre teoriile matematice bazate pe algebrele Boole, deci dintre anume forme de matematizare a logicii şi matematica însăşi.

δ. CRITICA AXIOMATISMULUI MATEMATIC

6. Axiomatizarea geometriei conduce la număr (§ 7)

Mai întâi, geometria euclidiană este considerată ca paradigmatică pentru întreaga matematică, în sensul unei *veritabile doctrine* matematice (astfel încât, aici, dincolo de aspectele axiomatice, sunt cuprinse şi alte componente veritabil matematice, nelogice şi neaxiomatice).

Două tendinţe proprii matematicii sunt apoi considerate în mod parţial critic de către Onicescu:

(a) *Generalizarea procedeului lui Descartes*: transformarea *geometriei euclidiene* în *geometrie analitică*.

„... acest criteriu constă în posibilitatea de a stabili o *interpretare numerică* a elementelor Geometriei, astfel încât aceste numere să formeze un Corp (sau un Inel) şi să genereze o geometrie analitică. Transformăm deci, în acelaşi mod cum a făcut Descartes pentru Geometria lui Euclid, orice geometrie pură într-una analitică a unui Corp de numere" (p. 133).

(b) *Axiomatismul matematic*. Fundamentarea axiomatico-matematică a geometriei model – geometria euclidiană – se deosebeşte de cea logicistă prin aceea că „sistemul de axiome" cuprinde (dincolo de postulate, axiome, definiţii de bază etc.) un "*grup* euclidian de *transformări* ale planului" (p. 132).

Generalizarea procedeului:

„Putem de aceea defini ca obiecte ale acestei geometrii toate *formele* şi *relaţiile invariante* faţă de grup. Aceasta caracterizează, deci, structural, întreaga geometrie" (*loc. cit.*).

Este menţionat F. Klein care a formulat un program valabil pentru întreaga geometrie (programul de la Erlangen):

„Un număr de fapte ale doctrinei (geometrie) fiind date, desprindem *grupul de transformări* cel mai amplu compatibil; o dată grupul determinat, doctrina se resistematizează pe baza lui într-o adevărată geometrie."

Aceste două aspecte sunt expuse pur şi simplu, fără vreo atitudine critică explicită; mai mult, sunt citate diferite exemple pozitive de matematicieni şi orientări (de exemplu, Şcoala de la Erlangen).

Apoi, abrupt, fără nici o trecere, expunerea se încheie astfel:

„*Coeziunea* acestei geometrii [ce conduce la număr] şi jocul analitic al funcţiilor, al egalităţilor şi al ecuaţiilor garantează *coeziunea şi valoarea logică* a limbajului geometriei respective" (p. 134).

NOTĂ: Din nou (implicit aici, explicit în paragraful următor) nu logicizarea matematicii, ci chiar *coerenţa logic formal* a oricărei ştiinţe, implicit a *geometriei,* este privită negativ şi considerată „nominalism".

7. Este identitate între sistemul de axiome al unei geometrii şi geometria însăşi ? (§ 8)

Fie că axiomatizarea (de fapt sistematizarea) este de natură logico-formală, fie de natură matematică („grup de transformări"), autorul respinge identificarea doctrinei matematice respective cu sistemul axiomatic.

În această poziţie constă *cheia* înţelegerii filosofiei matematice a lui Onicescu; este evident că doctrina cuprinde şi alte aspecte; când este însă vorba de precizarea lor, autorul oferă un *argument inteligibil în*

principiu acceptabil – pe care-l vom numi „argument-cheie" – şi un *argument neprecizat.*

(I) *Argumentul-cheie*

Dacă geometria s-ar identifica cu sistemul de axiome, „o geometrie axiomatizată ar fi... o *maşină*" care singură, fără creaţie, constructivism etc., ar produce automat toată geometria (respectiv toată matematica).

Din „argumentul-cheie" (pericolul de a reduce matematica axiomatizată complet la un automatism, la o maşină, unde nu se mai gândeşte, ci doar se calculează după algoritmi), derivă, după autor, şi „nominalismul logistic" (cf. §§ 9-16 examinate de noi mai sus).

(II) *Argumentul neprecizat* este expus în paragraful:

8. Valoarea Geometriei euclidiene ca expresie (§ 19)

Autorul îl citează favorabil pe D. Barbilian. În *Critica axiomatică a fundamentelor geometriei proiective*, acesta arată că în definirea „categoricităţii" unei geometrii: (i) construirea geometriei analitice corespunzătoare nu e suficientă, ci, în plus, mai trebuie (ii) precizat „grupul fundamental de transformări". Însă pentru a evita reducerea matematicii la o maşină de calcul, Onicescu consideră că trebuie mers mai departe, făcându-se un al treilea pas: (iii) trebuie să căutăm un *principiu de corespondenţă cu geometria lui Euclid*; şi anume, nu cu *schema axiomatică* şi nici numai cu *schema grupală* a ei, ci „cu *doctrina întreagă*, cu propoziţiile ei, cu configuraţiile ei, cu toată bogăţia de fapte, de teoreme, pe care ea le închide".

Argumentul rămâne vag (neprecizat).

Ceea ce are în vedere Onicescu este că, în *istoria* ştiinţelor şi a matematicii, teoremele şi diferitele procedee constructive ori demonstrative au apărut fără a urma firul unei doctrine sistematizate; numai că, o dată descoperite (o serie de formule de bază şi apoi complexităţile derivate) intervine inevitabil nevoia de *sistematizare*; elaborarea doctrinei.

ε. CONCEPŢIA AUTORULUI DESPRE RAPORTUL DINTRE LIMBAJUL MATEMATIC ŞI FIZICĂ

9. Lumea noii ştiinţe ca ierarhie de structuri

(*Principii*, cap. IV, p. 104)

(I) Obiectivul central al întregii investigaţii este de „a stabili un limbaj [matematic] care să corespundă [cel] mai potrivit fizicii" (p. 136);

(Ia) acest limbaj nu trebuie elaborat aprioric faţă de realitatea experimentală;

(Ib) trebuie respinse teoriile care încearcă să ofere un „model" ori un limbaj cu pretenţie de a conferi (i) unitate fizicii şi (ii) pretenţia de a oferi un tablou asupra întregului univers.

(II) Iată însă că, după ce au fost respinse (i) diferitele încercări logico-formale de sistematizare a matematicii, cu sau fără pretenţia de a fi modele pentru fizică (vezi de ex. matematica teoriei relativităţii) şi (ii) diferitele încercări de a sistematiza doctrinele matematice şi matematica însăşi (căci *geometria* este un complex *neraţionalizat,* (p. 126), Onicescu consideră că, dintre toate ramurile matematicii, numai „statistica" (şi implicit

teoria probabilităţilor) şi „mecanica statistică" pot şi oferă ca atare „scheme" apte să interpreteze rezultatele experienţelor fizicii (îndeosebi ale celei cuantice).

În plus, după ce a respins tendinţa matematizării teoriei relativităţii (cu pretenţia de universalism) şi programul de a oferi un tablou unitar al ştiinţei şi *eo ipso* a realităţii experimentale (pozitivismul logic), autorul afirmă, contrar poziţiei de principiu adoptate în criticile anterioare (relativ la rolul matematicii):

„Principiile noi ale statisticii, ca şi *mecanica nouă statistică* şi *structurală în aceeaşi vreme... construiesc lumea* în perspective ierarhice, în care nu poate fi vorba nici de *formalism apriori*, nici de *generalizare,* ci numai de *experienţă*" (cap. IV, p. 104).

V. FUNCŢIA LOGICĂ A INFINITULUI
(*Principii*, cap. III; *Principes*, cap. 4)

Nicăieri ca în matematică nu a fost examinat din cele mai diverse puncte de vedere conceptul de *infinit*.

Matematicienii greci s-au izbit de chestiunea incomensurabilităţii diagonalei unui pătrat (nu există o fracţie a metrului, cu atât mai puţin o fracţie zecimală, care să reprezinte exact lungimea diagonalei).

Conceptul de *infinit* are două aspecte: momentul negativ – ideea de *nedeterminare* şi momentul afirmativ: existenţa unei *cantităţi fără sfârşit*, definită printr-o anume *noţiune*, ori de o anume *regulă de formare* a unui şir infinit.

Desigur chestiunea infinitului pune problema existenţei: potenţială ori actuală? Interesant însă este faptul că, admiţând că infinitul este potenţial, există numere sau alte forme finite care pot reprezenta infinitul ca dat. Aşa sunt toate şirurile infinite de numere determinate de o regulă definită de formare a lor; un caz mai special îl constituie şirurile infinite convergente, care tind către o limită finită; această limită reprezintă într-un fel însuşi şirul; apoi numerele cu formă determinată care reprezintă o infinitate de numere, cum ar fi π **sau** radical din 2.

Uneori este valabilă reciproca: un şir infinit reprezintă un anume număr; astfel şirul 0,9; 0,99; 0,999; ...reprezintă pe 1.

Onicescu notează:

„Funcţia logică pe care o are infinitul [constă în aceea că] infinitul nu este o simplă constatare negativă a unei lipse de mărginire, [ci] el reprezintă şi o operaţie de întregire, de cuprindere a unui şir nelimitat de mărimi, făcând în raportarea sa la experienţă o funcţie metafizică“ (*Principii*, p. 77).

Alte aspecte matematice ale infinitului menţionate de Onicescu sunt numerele transfinite cardinale (Cantor).

Sub aspect logic, Onicescu menţionează funcţia de a reda infinitul ce revine noţiunilor non-A care introduc o „tăietură“ în univers (sunt menţionate de asemenea judecăţile infinite la Kant).

Un model matematic pentru această idee logică („o noţiune este deci o tăietură în univers“) este clasica „tăietură“ a lui Dedekind pentru a defini numerele iraţionale şi a „lucra cu ele după regulile cele mai precise ale aritmeticii“.

Referitor la „paradoxele infinitului”, Onicescu se referă, în treacăt, la paradoxele teoriei mulţimilor, menţionând paradoxul lui Russell.

VI. PARADOXUL TEORIEI MULŢIMILOR (RUSSELL)
(*Principii*, cap. III; *Principes*, cap. 4)

După propria redare a lui Russell, paradoxul ce-i poartă numele porneşte de la ideea că o mulţime (clasă) uneori este, iar alteori nu este propriul ei element; astfel clasa linguriţelor nu este o altă linguriţă; în schimb, clasa lucrurilor care nu sunt linguriţe constituie unul din lucrurile care nu sunt linguriţe; (al doilea caz apare predominant negativ; ca formă afirmativă, Russell dă drept exemplu „clasa tuturor claselor”).

Paradoxul apare tocmai în cazul mulţimilor (claselor) „normale”, anume al claselor ce nu sunt propriile lor elemente, punându-se problema astfel: mulţimea mulţimilor ce nu sunt propriul lor element este ea însăşi sau nu propriul ei element ? Dacă este propriul ei element, are proprietatea clasei respective de a nu fi propriul său element; deci nu este propriul ei element; invers, dacă această mulţime nu este propriul ei element, atunci nu are proprietatea de a fi propriul ei element, şi deci este propriul ei element. Pe scurt, dacă presupunem *p*, printr-un procedeu analitic, rezultă *non-p*; iar dacă presupunem *non-p*, prin acelaşi procedeu analitic, rezultă că are loc *p*. Acesta este paradoxul lui Russell.

Desigur transpare aici o inadvertenţă ori o contradicţie: elementele unei mulţimi sunt indivizi (obiecte) şi *aparţin* mulţimii; submulţimile sau alte mulţimi nu sunt elemente, ci rămân mulţimi, fiind incluse în mulţimea mai mare. (Se confundă, deci, relaţia de *apartenenţă* individ-mulţime, simbolizată prin ε, cu relaţia de *incluziune* dintre două sau mai multe mulţimi, simbolizată prin ⊂.)

Revenind la punctul de plecare, în formularea paradoxului lui Russell, observăm că sunt două ramuri mari sau două feluri de mulţimi ce împart exhaustiv noţiunea centrală de „mulţime a tuturor mulţimilor".

Onicescu se opreşte dintru început asupra acestui punct de plecare şi arată că noţiunea de „mulţime a tuturor mulţimilor" este contradictorie, notând succint „Noţiunea aceasta este contradictorie cu ea însăşi. Ea nu se referă la obiecte diferite de sine, căci ea intră în sfera proprie" (*op. cit.*, p. 81).

Deşi observaţia lui Onicescu este pertinentă, argumentul nu este cel mai bun; în logică sunt termeni autoreflexivi; aşa-numiţii termeni de *intentio secundA*; de pildă, noţiunea de „noţiune" este ea însăşi noţiune şi totuşi, fiind de intenţie (referinţă) secundă, nu intră în propria ei sferă.

Contradicţia noţiunii „mulţimea tuturor mulţimilor" – expresie de altfel firească, de neevitat, cum sunt antinomiile kantiene, poate fi explicată astfel:

Dacă „mulţimea tuturor mulţimilor" este ea însăşi mulţime, este cuprinsă în totalitatea exprimată de ea şi, atunci, cade în planul acesteia. (Acesta este un argument similar cu cel al lui Onicescu.)

Contradicţia se naşte însă considerând, pe de o parte, „toate mulţimile” şi, pe de alta, o anume „mulţime”; deci „toate” nu sunt „toate”.

Pe de alta, oricum, felul cum semnalează Onicescu contradicţia expresiei „mulţimea tuturor mulţimilor” indică implicit şi soluţia; este vorba de o ierarhie: mulţimea atotcuprinzătoare, chiar dacă este mulţime, este de alt ordin (tip), în vreme ce restul noţiunilor este de ordin inferior (de altfel soluţia lui Russell pentru evitarea paradoxelor este teoria ierarhizată a tipurilor).

VII. PRINCIPIILE ŞI LOGICA PROBABILITĂŢILOR (*Principes*, cap. 3)

Cap. 3 din *Principes* (1971) reprezintă traducerea în franceză a *Introducerii* din lucrarea probabilist-matematică a lui O. Onicescu, *Principiile teoriei probabilităţilor* (Editura Academiei Române, 1969).

Cap. 3 urmează întocmai expunerea din *Introducere* (1969). Acest capitol este structurat astfel:

(1) *Teorie, modele şi probabilitate*;

(2) *Punctul de vedere clasic*;

(3) *Noua teorie*;

(4) *Sistemele ordonate şi ponderile sau probabilităţile respective*;

(5) *Modele logice şi modele probabiliste*.

Introducerea din 1969 mai cuprinde, în final, o scurtă *notă istorică*.

În ansamblu, lucrarea din 1969 este una de *matematică probabilistă*, având drept punct de greutate faptul că autorul propune o nouă viziune („Noua teorie“) prin care se obţine o „Extindere a teoriei probabilităţilor“ – idee ce a constituit, de altfel, tema comunicării („*Extension of the Theory of Probability*“) la cel de al IV-lea Congres Internaţional de Logică, Metodologie şi Filosofia Ştiinţei, Bucureşti, 1971 (inclusă şi în volumul dedicat acestui Congres, editat de P. Suppes ş. a., 1973, p. 439-449). Una dintre principalele contribuţii ale lui Onicescu (dezvoltată în colaborare cu Gh. Mihoc), anume aceea de „lanţ probabilistic“ (în sens Markov) „generalizat“ ori „cu legături complete“, nu este inclusă în lucrarea din 1969; este vorba de „Un nou concept al obiectului şi o nouă formă a legii – lanţul probabilistic“ (1940) (asupra acestei din urmă contribuţii vezi vol. *Recherches sur la philosophie des sciences,* ed. Crizantema Joja ş. a., Editura Academiei Române, 1971, p. 99-107), unde este inclusă comunicarea lui Onicescu din 1940 (p. 99-107), apărută iniţial în *Publicaţia Seminarului de Filosofia Ştiinţei*, Universitatea Bucureşti, Editura Oficiul de librării, 1940.

1. Teorie, modele şi probabilitate

Pentru teoria matematică a probabilităţilor: „obiectul central este un sistem de elemente ... (proprii) experienţelor, deci, anumitor procese, în care *realizarea* lor *nu* este *previzibilă cu certitudine* şi sunt reprezentate matematic drept *evenimente aleatorii* cărora li se pot atribui *probabilităţi*“ (p. 71).

Mult timp, tehnica matematică a probabilităţilor a determinat sistemul de evenimente ce corespunde unei experienţe – cu rezultate aleatoare – acest sistem fiind o reprezentare „spaţială“, sprijinită pe teoria mulţimilor. Fiecare rezultat este reprezentat, în această clasică viziune, printr-o parte a unui „spaţiu“ punctual specific; altfel spus, „rezultatele posibile ale experienţei sunt diverse părţi ale acestui «spaţiu», reunite prin *relaţiile logice* ce corespund relaţiilor dintre diferite rezultate posibile“ (p. 72); în acest sens s-au construit, propus, mai multe *modele* de experienţă (cf. § 2).

Fiecărui tip de experienţă îi corespunde un anume sistem de probabilităţi; ceea ce însă se reţine la nivelul „spaţiului“ respectiv nu sunt decât numere pozitive. „Dar probabilitatea însăşi, în cazul acestor evenimente concrete ale experienţei, are o semnificaţie care *variază* o dată cu experienţa.“

Cu alte cuvinte, natura *aleatorie* a evenimentelor probabile nu poate fi captată integral în model.

Se ajunge, în cele din urmă, la ideea că reprezentarea „ansamblistă“ (i.e. aceea mijlocită de teoria mulţimilor) a evenimentelor nu mai este suficientă pentru a oferi o bază gamei complexe a experienţei, pe care o prezintă ştiinţa actuală, şi că se impune un alt mod de abordare, diferit de cel oferit de teoria mulţimilor în elaborarea de modele ale experienţei.

2. Punctul de vedere clasic

În acest paragraf, după ce sunt menţionate proprietăţile minimale ale sistemelor de evenimente probabilizabile, sunt prezentate unele dintre cele mai

reprezentative modele ale Teoriei clasice: modelele lui Bernoulli, Gauss, Laplace, Gibbs şi Poisson. Sunt apoi prezentate modelele mai noi ale lui Schrödinger, Janossy, Good ş. a. (c. 1954), precum şi modelele lui Rényi şi Finetti, privind probabilităţile subiective.

Se arată că toate aceste modele sunt subsumate modelului matematic obişnuit din zilele noastre, care are forma unui sistem (E, K, P) constituit dintr-un „spaţiu" punctual E, un câmp borelian K de părţi ale lui E şi probabilitatea P definită pe K, şi apoi (de) spaţiul S de funcţii măsurabile definite pe E (variabilele aleatorii).

3. Noua teorie

Autorul evidenţiază defectele modelului clasic care constă, în primul rând, prin introducerea spaţiului punctual E, ale cărui puncte sunt, în genere, lipsite de semnificaţie fenomenologică (empirică). Dar eliminarea, din sistemul paradigmatic (E, K, P) a spaţiului punctual E lasă fără suport variabilele aleatorii, „deci o bună parte din forma actuală a teoriei probabilităţilor şi a aplicaţiilor ei". Remediul constă într-o dublă modificare:

(1) introducerea aşa-numitelor *funcţii sumă* f (ω), unde evenimentele (atomice) ω aparţin câmpului borelian K (ω ε K), astfel încât aceste funcţii înlocuiesc variabilele aleatorii din modelele clasice, şi, în locul sistemului (E, K, P), se constituie un câmp de evenimente probabiliste (ΩP); se depăşeşte astfel perspectiva restrânsă oferită de teoria mulţimilor;

(2) a doua modificare constă în construirea unui model cvasiansamblist (diferit de cel oferit de teoria mulţimilor) pentru algebra Boole corespunzătoare,

anume pentru aşa-numita algebră Boole-sigma (*s*-algebra Boole); algebra Boole-sigma reprezintă sistemul tuturor părţilor unui spaţiu punctual S, adică ceva mai mult decât o algebră Boole obişnuită; într-o autentică algebră Boole-sigma relaţiile *disjuncţie* şi *conjuncţie* ($\vee$ şi $\wedge$) trebuie modificate pentru a păstra izomorfismul cu operaţiile teoriei mulţimilor – reuniunea ($\cup$) şi respectiv intersecţia ($\cap$) al căror sens trebuie modificat, având o accepţie prea restrânsă pentru noua teorie probabilistă extinsă.

4. Logica probabilistă şi calculul probabilităţilor

În titlul cap. 3 din *Principes*, „Principiile şi logica probabilităţilor", prin „logica probabilităţilor" nu trebuie înţeleasă „logica probabilistă", ci „logica calculului probabilităţilor" ori „logica teoriei matematice a probabilităţilor", iar prin „logică" – algebra Boole, cu diferitele ei forme.

Logica probabilistă (LP) se deosebeşte de calculul probabilităţilor (CP) prin aceea că LP se ocupă de *enunţurile probabile* şi de *implicaţia probabilistă* dintre ele, în vreme ce CP se ocupă de *evenimentele probabile* şi de determinarea *gradului (raportului) de probabilitate* în realizarea lor. Relaţia fundamentală în LP este implicaţia probabilistă, în vreme ce relaţia fundamentală în CP este raportul de probabilitate n_A/n, anume raportul dintre numărul probelor (n_A), când evenimentul A s-a produs, şi numărul total al încercărilor (n).

Reprezentanţii de seamă ai LP sunt J.M. Keynes, R. Carnap, H. Reichenbach etc; LP studiază, în principal, „gradele de încredere sau de credibilitate" (*degrees of*

belief) în şansa de adevăr a unui enunţ; se mai foloseşte expresia „valoare de aşteptare"; de aceea orientarea ce stă la baza LP a fost numită „subiectivă", în vreme ce teoria matematică a probabilităţilor este considerată „obiectivă", pentru că se ocupă cu gradul de probabilitate al realizării unor evenimente.

Relaţia de bază în logica probabilistă a lui J.M. Keynes este *a/h*, unde *a* reprezintă concluzia probabilă ce derivă ori se întemeiază pe mulţimea *h* de premise (ipoteze) probabile; este vorba, deci, de un transfer de probabilitate de la premise la concluzii. De altfel, pentru H. Reichenbach, operaţia de bază este „implicaţia probabilistă", ce presupune o matrice de *n*-valori logice (cuprinse între 0 şi 1), deci o logică polivalentă.

Prin natura ei, logica probabilistă se apropie atât de logica modală (*probabilitatea* este măsura *posibilităţii*), cât şi de logica polivalentă.

În cap. 3 din *Principes*, Onicescu se ocupă numai de teoria matematică a probabilităţilor, iar atunci când se referă la unul dintre reprezentanţii de frunte ai orientării „subiective", Finetti, are în vedere numai aspectele matematice ale teoriei sale.

5. Modele logice şi modele matematice

Vorbind, aşadar, de „logica probabilităţilor", Onicescu se referă la algebrele Boole ce stau la baza calculului probabilităţilor.

Enunţând ideea extinderii calculului probabilităţilor, bazat pe algebra Boole şi pe teoria mulţimilor, el consideră că această extindere este posibilă prin depăşirea cadrului prea restrâns al teoriei mulţimilor,

dezvoltând o teorie cvasiansamblistă în care sunt definite două relaţii corespunzătoare şi doar asemănătoare relaţiilor de reuniune şi de intersecţie. Pentru aceasta trebuie un calcul diferenţial şi apoi un calcul integral adecvat perspectivei de extindere a teoriei probabilităţilor.

Trebuie precizat caracterul algebric („logic") al modelelor matematice pentru câmpul evenimentelor ce pot constitui obiectul unei teorii a probabilităţilor; modelele (logice) cele mai simple pentru astfel de câmpuri sunt algebra booleană şi algebra Boole-sigma.

Ceea ce numeşte Onicescu model „logic" este numit tot, de el, model „matematic"; caracterizând modelul „logic" drept „o latice distributivă şi relativ complementată" (deci o formă de algebră Boole), el o consideră „drept modelul matematic cel mai adecvat formalismului logic al gândirii" (*Principes*, p. 93).

„Concluzia... este că logica oricărei ştiinţe care se exprimă în termeni matematici este unică şi îşi găseşte corespondenţa cea mai adecvată în laticea distributivă şi relativ complementată" (p. 94).

Notă: Este evident, aşadar, că prin „logică" ori prin „logică matematică", Onicescu înţelege, în primul rând şi predominant, algebra Boole înţeleasă de fapt ca o „teorie matematică".
Aşadar prin „logica probabilităţilor" – termen rezervat în genere „logicii probabiliste", ca ramură a logicii formale – Onicescu înţelege „algebra Boole a probabilităţilor" ori „teoria matematică ce stă la baza calculului probabilităţilor".

VIII. CATEGORIA DE „COLECTIV". ACCEPŢII TERMINOLOGICE (*Principes*, cap. 6)

1. Accepţii terminologice

În opera lui Onicescu apare conceptul, respectiv termenul de „colectiv" cu trei accepţii principale: (A) accepţia tehnicist-matematică, (B) accepţia sistemico-ontologică şi (C) accepţia epistemologico-statistică.

Accepţia matematică (A) are mai multe înţelesuri: (A_1) conceptul „frecvenţial probabilistic" introdus (1919) şi elaborat de R. von Mises; (A'_1) modificări ale conceptului de colectiv (în sens A_1) aduse de urmaşi ai lui von Mises; un loc aparte îl are aici conceptul frecvenţial probabilistic propus de K. Popper (1934); (A_2) conceptul „frecvenţial statistic" întâlnit atât la Nae Ionescu, cât şi la Onicescu; (A_3) conceptul „statistico-aleatoriu" propus de Onicescu.

Sursele de bază ale concepţiei lui Onicescu despre „colectiv" sunt R. von Mises (accepţia A_1 frecvenţial probabilistică) şi Nae Ionescu (accepţia A_2 – frecvenţial statistică şi accepţia B ontologică).

1.1. *Probabilitatea şi frecvenţele relative.*

Calculul probabilităţilor determină şansele de realizare ale unui eveniment posibil ori ale unei proprietăţi posibile. Probabilitatea P(A) relativă la un eveniment posibil A se exprimă prin „raportul dintre numărul cazurilor favorabile *m* şi numărul de cazuri posibile *n*" (cf. Bernoulli), dacă toate cazurile „sunt egal posibile" (Laplace). Probabilitatea P(A) = m/n este un raport cuprins între 0 şi 1 [respectiv între „imposibil" şi „sigur(cert)"].

Calculul probabilităţilor s-a născut din anume consideraţii matematice asupra jocurilor de noroc. Un obiect are una sau mai multe proprietăţi: banul are ca proprietăţi cele două feţe ale sale – „capul" şi „pajura", zarul are ca proprietăţi cele 6 numere înscrise pe feţele sale; evenimentul constă în aruncarea banului ori a zarului în raport cu şansa de realizare a uneia dintre proprietăţi. Probabilitatea (teoretică) de a obţine „pajura" este 1/2, egală cu realizabilitatea celeilalte proprietăţi; probabilitatea de realizare pentru fiecare faţă (proprietate), la aruncarea zarului, este aceeaşi şi anume 1/6 (principiul „probabilităţilor egale").

Probabilitatea se stabileşte independent de experienţă, fiind deci apriorică, se exprimă printr-un unic raport şi are pretenţia de a aproxima cazurile reale.

În experienţă, raportul dintre realizări şi încercări, numit „frecvenţa relativă", are multiple determinaţii şi stă sub principiul hazardului. *Frecvenţa relativă* a unui eveniment posibil A este raportul dintre numărul de realizări (notat cu n_A) şi numărul total de încercări (n); deci $f(A) = n_{A/n}$. Raportul $n_{A/n}$ este şi el cuprins între 0 şi 1. Evident că, în multitudinea de cazuri, când se reia experimentul producerii unui anume eveniment (respectiv a realizării unei anume proprietăţi), frecvenţele relative pot fi mai mari sau mai mici sau egale cu fracţia ce exprimă probabilitatea. S-a constatat totuşi că, în cazul unui mare număr de încercări, frecvenţa relativă se apropie de probabilitate; astfel un mare număr de încercări poate arăta că apariţia feţei unui zar cu nr. 3 are frecvenţa relativă de 1/5, ceea ce indică o apropiere de probabilitatea 1/6.

În genere, s-a convenit că „frecvenţa relativă este suportul empiric al probabilităţii".

Ideea de a considera un şir infinit şi aleatoriu de frecvenţe relative (în raport cu o anume proprietate doar la începutul şirului) ca tinzând către o limită anumită, şir determinat mai mult de natura experienţei, decât de o regulă matematică, a fost dezvoltată într-un anume fel de R. von Mises; *limita* acestui şir de frecvenţe relative este tocmai *probabilitatea*; şirul acesta a fost numit „colectiv" (accepţia A_1).

Intenţia principală a lui R. von Mises este ca prin conceptul său de „colectiv" să fundamenteze nu numai noţiunea de *probabilitate*, ci şi întreaga teorie matematică a probabilităţilor. Conceptul lui von Mises, fiind oarecum „exterior" calculului probabilităţilor, permite şi o abordare statistică.

Felul cum a fost însă conceput, definit şi dezvoltat conceptul de „colectiv" (cu cele două axiome ale sale: „axioma convergenţei" şi „axioma hazardului") a fost supus unor numeroase critici, dar şi unui însemnat număr de încercări de reformulare a conceptului (accepţii A'_1).

1.2. Conceptul lui von Mises

Conceptul tehnic probabilistic de *Kollektiv* este introdus şi examinat într-un studiu din 1919 (*Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung* – Fundamentele calculului probabilităţilor), apărut în revista *Mathematische Zeitschrift* (Berlin), vol. V (1919); conceptul este tratat în cărţile *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit* (Viena, 1928) şi îndeosebi în *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen*

Physik (1931); în 1964 apare (postum) *Mathematical Theory of Probability und Statistic* (New York), editată de Hilda Geiringer, după un ciclu de conferinţe ţinute la Universitatea Harvard (1951-1952).

Categoria de colectiv la von Mises ţine în mod cert de *teoria matematică a probabilităţilor* (CP) şi nu de *logica probabilităţilor* (LP). Lucrarea în engleză postumă (1964) a lui von Mises începe cu propoziţia „Calculul probabilităţilor ori teoria probabilităţilor este teoria matematică asupra unei arii specifice de fenomene, agregate de fenomene şi evenimente repetitive" (*op. cit.*, p. 1) Categoria de colectiv este tratată chiar în *Introducere*, § 5. Fără a reda aici definiţia „tehnicistă" (cu introducerea şi definirea unor simboluri matematic-probabiliste), vom cita caracterizarea acestei categorii, întrucât ea cuprinde cele două aspecte care au făcut-o foarte disputată în literatura de specialitate: „axioma convergenţei", care stipulează existenţa unei limite la un şir aleatoriu şi „axioma hazardului". Astfel von Mises scrie: „Vom aplica termenul de *colectiv* la un şir (*sequence*) de observaţii ori *experimente* identice, fiecare experiment conducând la un rezultat *numeric* determinat, cu condiţia ca şirul rezultatelor să îndeplinească două condiţii: existenţa unei frecvenţe care limitează (limită) şi existenţa hazardului (întâmplării)" (*op. cit.*, p. 11-12).

Înainte de a discuta cele două condiţii (axiome), vom folosi o definiţie a categoriei de colectiv dintre cele mai clare conceptual:

„Un colectiv este un şir (*Folge*) infinit pentru care există o valoare limită (în sens matematic) a frecvenţelor relative a apariţiei unei proprietăţi în porţiunile finite (îndeosebi) de la începutul şirului, valoare limită care

este *invariantă* pentru toate alegerile de subşiruri (Teilfolgen), fără ca aceste alegeri să ţină seama de proprietatea menţionată" (apud *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, ed. J. Mittelstrass, vol. 2, 1984, p. 902); la definiţia de mai sus putem adăuga că este vorba de un şir de *evenimente* (*eveniment* luat în sens probabilistic).

De obicei, ideea de *colectiv probabilistic* se exemplifică nu cu o singură proprietate, ci cu o alternativă sau cu două „proprietăţi primare"; astfel un eveniment probabilistic este aruncarea cu banul; dacă iese „capul", notăm acest lucru cu numărul-atribut (marcat-*label*) 1, iar dacă „pajura" iese notăm evenimentul alternativ cu 0.

Teoretic, şansa jucătorului de a obţine 1 sau 0 este dată de probabilitatea 1/2; în realitate, într-un astfel de joc, se obţine un şir aleator, în principiu infinit, în care numerele-atribut (*label*) se succed în mod neregulat; dacă notăm evenimentele unui astfel de şir, acestuia i se va corela un şir (aleator) al frecvenţelor relative. Luând un exemplu dat de K. Popper, şirul de evenimente (A) poate fi:

$$0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ \ldots \qquad \text{(A)}$$

corespunzător acestei alternative (succesiune „relativ" aleatorie: „pajura"(0) – „cap" (1)) [sau proprietăţii alternative – cap/pajură], avem următorul şir al *frecvenţelor relative* ale alternativei, respectiv *a celor 2 proprietăţi primitive*:

$$0\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{2}{5}\ \frac{2}{6}\ \frac{3}{7}\ \frac{4}{8}\ \frac{5}{9}\ \frac{5}{10}\ \frac{6}{11}\ \frac{6}{12}\ \frac{7}{13}\ \frac{7}{14}\ \ldots \qquad \text{(A')}$$

NB. Frecvenţele relative au la numărător numărul de aruncări ale banului în care a ieşit proprietatea 0 sau 1, iar la numitor, numărul total de încercări; relativ la şirul A, şirul (A') trebuie interpretat astfel: primul 0 din (A) a apărut o dată dintr-o încercare (0/1), primul 1 din (A) a apărut o dată din două încercări (probabilitatea teoretică a alternativei: 1/2), al doilea 1 din A a ieşit de 2 ori din 3 încercări ş.a.m.d.

Şi şirul frecvenţelor relative este un şir aleator; totuşi, potrivit postulatului (axiomei) I a lui von Mises, acest şir aleator are o *„limită definită,* dacă şirul de proprietăţi devine din ce în ce mai lung" (cf. Popper, *Logica cercetării*, p. 170); de fapt, dacă e considerat drept un şir aleatoriu infinit.

Cât priveşte axioma hazardului, ea este menită să sublinieze că şirul aleatoriu este, în realitate, lipsit de orice regulă referitoare la proprietatea şirului; acest lucru se exprimă astfel: (a) din şirul iniţial A, respectiv A', se pot obţine şiruri aleatorii derivate prin anume *alegeri* (reţineri de elemente din A/A') independent de *proprietatea de bază* a şirului aleatoriu definit numai prin aşa-numitele „alegeri de poziţie" (exemplu, fiecare element este un număr prim sau fiecare element care îl are pe B ca predecesor, (dar nu are proprietatea B).

„Paradoxul" axiomei hazardului constă în teza (afirmaţia) că şi şirurile aleatorii derivate (după „alegerile de poziţie", independent de proprietatea de bază a şirului iniţial) au drept limită aceeaşi valoare pe care o are şirul iniţial; prin această axiomă (a hazardului), von Mises „arată că un colectiv definit în acest fel nu poate fi dat de o regulă matematică. El urmăreşte astfel să formuleze o trăsătură particulară a hazardului care se

manifestă la şirurile produse de evenimente în natură" (cf. H. Reichenbach *The Theory of Probability,* 1949, în germ. 1935, p. 148). Dacă ar exista o anume regulă, o anume selecţie după proprietatea de bază a şirului de evenimente, atunci jocurile de noroc ar avea anume reguli de câştig.

Categoria de *colectiv* la von Mises este redată de O. Onicescu astfel:

„Să considerăm un şir de elemente aşezate într-o ordine determinată 1_1, 1_2, 1_3...., şi să presupunem că unele din aceste elemente au o anume proprietate *d*. În chip precis, vom presupune că din primele *n* elemente, un număr *n*(*d*) are această proprietate *d*.

Cea dintâi caracteristică a *şirului întâmplător* faţă de proprietatea *d* este:

1. Când numărul elementelor creşte (*n* tinde la infinit), *n*(*d*)/*n* tinde către o limită.

A doua proprietate enunţată de von Mises este:

2. Dacă suprimăm, printr-o alegere de poziţie o parte dintre elementele şirului şi rămâne astfel numai şirul parţial $1'_1$, $1'_2$... $1'_n$, limita *n*(*d*)/*n* este aceeaşi, oricare ar fi alegerea de poziţie. Această a doua axiomă urmăreşte să exprime caracterul întâmplător al şirului. Se mai poate numi şi axiomă de *neregularitate* sau principiul imposibilităţii de a găsi un sistem de joc.

O alegere de poziţie corespunde unui şir crescător de numere naturale, de pildă: 3, 5, 22, 29, 34, 100...

Un şir întâmplător fiind dat însă, nu orice alegere este admisibilă. De pildă, nu poate fi admisibilă o alegere care lasă numai elementele ce au caracterul *d*.

Se pare însă tot aşa de greu de definit o alegere de poziţie ca şi un şir întâmplător" (*Principii*...., cap. II, p. 67-68).

În principiu, cea mai puternică obiecţie adusă de matematicieni categoriei de *colectiv* a lui von Mises este aceea că este un non-sens a vorbi despre un şir aleatoriu infinit (deci fără o regulă precisă de formare) care tinde către o limită determinată (şi, în plus, invariantă faţă de şirurile aleatorii derivate).

Ţinând seama de această principală obiecţie, care este formulată şi împotriva combinării *axiomei limitei* cu *axioma hazardului,* s-au făcut mai multe propuneri, respectiv tentative elaboroase, de a reformula categoria de *colectiv*: a se renunţa complet la axioma hazardului (Kamke) sau de a o înlocui printr-o cerinţă mai slabă (Reichenbach); la aceste două variante menţionate de K. Popper (*op. cit.*, p. 171), trebuie precizat faptul că modificările axiomei hazardului au urmat de fapt două direcţii: aceea ce se bazează pe un concept mai restrâns de hazard (*restricted randomness*) reprezentată de A. H. Copeland şi H. Reichenbach, precum şi de K. Dörge, A. Wald şi Jean Ville; cea de a doua direcţie se bazează pe definirea unui concept de *hazard logic* (parţial reprezentată de A. Wald şi dezvoltată, îndeosebi, de A. Church) (cf. H. Reichenbach, *op.cit.*, p. 148-149).

Spre deosebire de poziţiile menţionate, K. Popper ridică şi problema *axiomei limitei*, astfel încât dezvoltă o teorie în care, nu numai că reformulează axioma hazardului, dar înlocuieşte (elimină) axioma unei limite anumite şi invariante cu postulatul unei *frecvenţe medii* („vom numi «frecvenţa medie a lui α'» fiecare *punct de acumulare* a şirului de frecvenţe care corespunde unei alternative α" – *op. cit.*, p. 195).

Independent însă de aspectele problematice ale conceptului şi teoriei despre *colectiv* s-a păstrat ideea

valoroasă că probabilitatea este o valoare limită a frecvenţelor relative (şi nu neapărat în sens aleatoriu), dacă se elimină (ori modifică) axioma hazardului (cf. Reichenbach, *op. cit.*, p. 343).

Este cert că noţiunea lui von Mises ţine în primul rând de calculul probabilităţilor; nu lipsit însă de importanţă este faptul că, din punct de vedere logic, von Mises apropie conceptul de „colectiv“ de conceptul statistic de „populaţie“. După ce formulează ideea introductivă la definirea termenului de „colectiv“, menţionată mai sus („vom aplica termenul de *colectiv* la un lung şir de observaţii identice ori de experimente, fiecare experiment conducând la un rezultat numeric determinat, atunci când şirul de rezultate îndeplineşte două condiţii: existenţa unei limite a frecvenţelor şi hazardul“, *op. cit.*, p. 12), adaugă în paranteză: „Adesea cuvântul *populaţie* este folosit într-un sens similar, deşi referinţa la o populaţie se face atunci când nu se indică dacă hazardul are preeminenţă“ (*loc. cit.*).

Pe de altă parte, atât N. Ionescu, cât şi Onicescu, când se referă la conceptul de colectiv în sens A_2, îl consideră din *perspectiva statistică*, şi nu din cea a *calculului probabilităţilor*.

2. Frecvenţa statistică şi valorile medii.

Frecvenţa statistică (absolută ori relativă) presupune un ansamblu ori complex statistic căruia îi sunt proprii următoarele: (i) *populaţia statistică* şi elementele ei, (ii) *caracteristica* şi *valorile* ei; (iii) *frecvenţa* absolută şi frecvenţa relativă; (iv) *distribuţia* ori repartiţia de frecvenţă a caracteristicii; (v) *valorile medii* etc.

(i) *Populaţia statistică* (numită uneori şi „colectivitate statistică“) reprezintă o mulţime de elemente (obiecte,

numite şi „unităţi statistice“) omogene, având o anume natură definitorie comună; extensiunea „populaţiei“ depinde de criterii de interes statistic (astfel, nu vom vorbi de mulţimea recruţilor în genere, ci de o mulţime de recruţi dintr-o anume ţară şi dintr-un anume an).

(ii) *Caracteristica* este o proprietate care, în generalitatea ei, este atribuibilă (aparţine) fiecărui element al „populaţiei“. Caracteristica, dacă e *cantitativă*, deci măsurabilă, ia diferite *valori* numerice ce exprimă mărimile ei, în funcţie de cum se constată particularizarea ei la indivizii „populaţiei“ (caracteristica se mai numeşte şi „variabilă statistică“).

(iii) *Frecvenţa absolută* a unei valori statistice este numărul egal cu numărul de indivizi la care se află respectiva particularizare cantitativă a caracteristicii; dacă „populaţia statistică“ este, de pildă, o anume clasă de elevi, iar caracteristica este talia, o înălţime de 1,65 m (sau valoarea de 1,65 m) are o frecvenţă absolută de 3, dacă 3 elevi au această înălţime. *Frecvenţa relativă* a unei valori a caracteristicii este raportul dintre frecvenţa absolută şi numărul total al indivizilor „populaţiei“.

(iv) *Distribuţia* ori *repartiţia* de frecvenţă a caracteristicii reprezintă, în mare, „seria statistică“, adică mulţimea perechilor valoare-frecvenţă, având două secvenţe: cea a valorilor caracteristicii puse în ordine crescătoare şi secvenţa frecvenţelor ce corespund fiecărei valori în parte. Mai concret, distribuţia de frecvenţă a caracteristicii arată *felul în care se grupează* frecvenţele între ele, acest mod de grupare depinzând de mărimea frecvenţelor şi de mărimea şi de ordinea crescătoare a valorilor caracteristicii.

Dacă se foloseşte un sistem de axe rectangulare (coordonate carteziene), având notate pe axa orizontală valorile în ordine crescătoare, iar pe axa verticală, unităţile de măsură pentru frecvenţele absolute (un şir de numere întregi), se obţine un grafic cu o succesiune de segmente (verticale) de înălţimi egale sau diferite reprezentând frecvenţele absolute.

Întrucât însă, în statistică se lucrează cu un număr mare sau foarte mare de indivizi, deci şi cu un număr relativ mare de valori statistice şi, mai ales, în cazul caracteristicilor (numite şi „variabile") cantitative continue (ale căror mărimi sunt divizibile la infinit, cum e cazul lungimilor şi greutăţilor), se folosesc, în locul valorilor individuale, *intervale de valori*; aşa de pildă pentru talie se pot folosi intervalele 155-160 cm, 160-165 cm ş.a.m.d. În acest caz se obţin anumite *grafice cu dreptunghiuri*, şi în loc să vorbim de frecvenţa unei anume valori, se va vorbi de frecvenţa unui interval de valori (ori a valorii centrale a intervalului; frecvenţa însăşi este diferită, fiind obţinută prin cumularea frecvenţelor valorilor din interval.

În graficele cu dreptunghiuri se evidenţiază o anume curbă de distribuţie, care, în cazul unei distribuţii simetrice (ideale) are formă de clopot (Gauss-Laplace), iar în cazul unei distribuţii moderat asimetrice are forma unui clopot „strâmb".

Trasarea curbelor de distribuţie este posibilă şi în graficele cu segmente.

(v) *Valorile medii*. Sunt mai multe valori medii zise „de poziţie", dar cele mai importante sunt: *media aritmetică*, *mediana* şi *dominanta* (ori *modulul*).

Dintre acestea cea mai intuitivă este dominanta, întrucât reprezintă valoarea având frecvenţa cea mai mare; dominanta corespunde înălţimii curbei de distribuţie.

În cazul curbelor de distribuţie simetrice (în formă de clopot), cele trei valori coincid între ele şi totodată cu punctul de simetrie (mijlocul câmpului de valori); în cazul curbelor de distribuţie moderat asimetrice există o relaţie (aproximativă) potrivit căreia mediana se află între media aritmetică şi dominantă (la o treime din distanţa dintre acestea, măsurată de la media aritmetică).

(Pentru o abordare competentă şi cuprinzătoare a celor schiţate în acest paragraf pot fi consultate lucrările: Elisabeta Jaba, *Statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 1998, şi C-tin Antonescu, T. Andrei, L.S. Begu, *Bazele teoretice ale statisticii*, Editura Fundaţiei „România de Mâine", Bucureşti, 2000.)

*

*   *

Consideraţiile de mai sus pot fi de un anume folos în stabilirea accepţiei A_2 a termenului de „colectiv", numită de noi a „mediei-statistice", întâlnită atât la Nae Ionescu cât şi la Onicescu. La Nae Ionescu vom afla un exemplu de distribuţie moderat asimetrică (având o curbă în formă de clopot „strâmb") şi, pare să rezulte, contextual, că prin „valoare medie" el înţelege *dominanta*; la Onicescu s-ar putea vorbi de aceeaşi interpretare, ţinând seama că analizează aspectele statistice ale colectivelor de tip B, unde, statistic, contează majoritatea sau cele mai multe cazuri

(frecvenţa maximă) a unei valori ce corespunde unui anume prototip.

3. Noţiunea de colectiv la Nae Ionescu

Dispunem numai de primele prelegeri introductive la cursul intitulat „Logica colectivelor" (ţinut de Nae Ionescu între 1934-1935 şi 1935-1936), iar nu de cursul propriu-zis; deci nu avem posibilitatea de a şti cum a conceput şi dezvoltat el „logica colectivelor". Pentru accepţia statistică ce o dă termenului de „colectiv" (A_2), probabil că se inspiră din categoria de „colectiv" a lui von Mises (A_1); cert este că ţinuse un curs de statistică matematică între 1932-1933. Însă ideea de a apropia accepţia matematică (statistică) de cea sistemic-filosofică a termenului de colectiv (B) îi aparţine. (În *Jurnalul* său din 1934-1935, M. Sebastian aminteşte de o întâlnire cu Nae Ionescu, când acesta i-a vorbit de descoperirea „logicii colectivelor" ca despre o „revoluţie în logică"; cf. *op. cit.*, Editura Humanitas, 1996, p. 20-30.) Pe de altă parte, Nae Ionescu vorbise de natura „colectivă" a matematicii spre deosebire de cea „distributivă" a logicii în teza sa de doctorat (1919) – cf. Al. Surdu, *Contribuţii româneşti în domeniul logicii în sec. XX*, Bucureşti, 1999, p. 111.

Prelegerile introductive la *Logica colectivelor* au fost editate de M. Diaconu şi au apărut în „Revista de filosofie": prelegerea I (în nr. 3-4/1996), II (în nr. 5-6/1996) şi III (în nr. 1-2/1997), cu precizarea că I nu este chiar prima prelegere şi că între I şi II lipsesc câteva prelegeri.

În aceste prelegeri introductive, termenul de „colectiv" are două accepţii: accepţia (matematică) a

„mediei statistice" (A_2) (în I) şi accepţia (filosofică) sistemic-organică (B) (în II şi III).

(1) Exemplul de bază pentru accepţia A_2 este un anume obiect fizic (exemplu, o masă ori o bucată de lemn) asupra căruia se efectuează 1000 de măsurători (în condiţii subiective şi obiective diferite), iar pentru accepţia clasică B, exemplul de bază este Naţiunea.

Relativ la cazul A_2, rezultatele măsurătorilor sunt o mulţime de valori statistice (diferite), exprimând lungimea obiectului considerat. Exemplul este mai puţin obişnuit pentru statistică, fiind însă cunoscut în istoria statisticii. Intenţia autorului este să releve faptul că, deşi rezultatele măsurătorilor sunt diferite, ele nu au un caracter pur aleatoriu. Notând valorile statistice (rezultatele măsurătorilor) pe orizontala unui sistem de axe rectangulare, se constată că la şirul (mulţimea) acestor valori puse în ordine crescătoare (5,1; 5,17;... 5,28;.... 5,3; .... 5,4;... 5,6) se evidenţiază „un anume mod de grupare al acestor cifre în jurul unui punct oarecare" (plasat, să spunem, între 5,3 şi 5,4); acest punct reprezintă „valoarea medie" a întregului ansamblu de valori.

Colectivul statistic (în sens A_2) reprezintă, în primul rând, mulţimea (grupul) respectivelor valori statistice (ca rezultate ale măsurătorilor):

„... toate cifrele acestea care prezintă rezultatul uneia din cele 1000 de măsurători constituie fiecare un element al unui colectiv, toate aceste cifre la un loc constituie un colectiv..." (I, p. 331).

În al doilea rând, caracteristic colectivului acestuia (în accepţia A_2) este faptul că elementele sale (valorile statistice) se grupează „în jurul unui punct oarecare, pe care îl considerăm ca valoare medie, numai pentru că în jurul lui se grupează diversele numere" (*ibid.*).

Nae Ionescu precizează că prin „valoare medie“ nu înţelege nici *media aritmetică* a valorilor statistice şi nici *mijlocul* întregului interval al acestor valori; în graficul corespunzător, unde frecvenţele absolute (numărul de măsurători ce dau acelaşi rezultat) sunt trecute pe axa orizontală, se obţine întotdeauna o curbă în formă de clopot „mai mult sau mai puţin strâmb“; este vorba de curbele-clopot moderat asimetrice (la stânga sau la dreapta).

Expunerea chiar a exemplului dat, nefiind amănunţită şi mai bine precizată, putem presupune că prin „valoare medie“, Nae Ionescu înţelege „modul“ ori „dominanta“, anume valoarea ce corespunde celor mai multe măsurători (frecvenţei celei mai mari).

Propriu exemplului lui Nae Ionescu este faptul că „populaţia statistică“ nu este un ansamblu de obiecte, ci unul de fenomene, şi anume ansamblul celor 1000 de măsurători efectuate asupra aceluiaşi obiect. De aici derivă mai multe chestiuni, asupra cărora nu vom insista; astfel se pune problema cum se transpun statistic cei trei factori de care depinde variaţia rezultatelor măsurătorilor: starea subiectului şi condiţiile de mediu – în principal climaterice – ce influenţează atât mărimea instrumentului de măsurat, cât şi cea a obiectului de măsurat.

NOTĂ: Într-un loc, autorul vorbeşte de „colectivitatea operaţiilor“ în sensul de „colectivitate a măsurătorilor“ (I, p. 329). În măsura în care în unele manuale şi tratate de statistică se foloseşte termenul de „colectivitate“ pentru „populaţia statistică“, putem presupune că, în expunere, termenul de „colectiv“ – pentru accepţia A_2' – diferă de termenul de „colectivitate“.

Pe de altă parte, în II, vorbeşte, implicit, de colectivul unor vite exportate (II, p. 472); cum vom vedea mai jos, accepţia strictă A_2 este astfel extinsă la accepţia globală A'_2.
Restrângerea accepţiei A_2 a termenului de „colectiv" numai la ansamblul valorilor statistice ridică şi o altă problemă:
– valorile statistice nu sunt substanţiale, de sine stătătoare, asemeni elementelor unei „populaţii statistice" sau a indivizilor ce alcătuiesc un colectiv în sens B; întotdeauna ele sunt valori ale unei caracteristici, iar caracteristica este o proprietate accidentală (în sens metafizic) a elementelor (unităţilor statistice) ale „populaţiei statistice"; în plus, ele sunt considerate împreună cu frecvenţele statistice; numai astfel determinându-se distribuţia de frecvenţă a caracteristicii; toate aceste componente determină un *ansamblu statistic.*
Se pune, deci, întrebarea dacă restrângerea termenului de „colectiv" numai la planul valorilor statistice este aptă să evidenţieze trăsături comune între accepţia A_2 şi accepţia clasică B.
De altfel, spre finalul expunerii din prelegerea I, Nae Ionescu pare să considere a fi de natură colectivă întregul ansamblu statistic, scriind:
„Orice fenomen fizic, întrucât este fizic, adică întrucât este măsurabil, este un fenomen de natură colectivă, oricât l-am considera ca fiind un fenomen individual; este de natură colectivă prin însuşi faptul că măsura care constată esenţa însăşi a fenomenului fizic este rezultatul unei operaţii asupra unui colectiv" [I, 3].
NOTA 1: Apariţia cuvântului „colectiv" din finalul citatului capătă mai degrabă sens dacă aplicăm termenul la întregul ansamblu statistic, decât dacă îl luăm în accepţia strictă A_2; tangent intervine aici şi accepţia B.

NOTA 2: După cum vom vedea, trăsătura comună între accepţia statistică (matematică) (A_2) şi cea socio-filosofică (B) este deosebirea între planul indivizilor şi planul totalităţii lor; ceea ce este valabil pentru totalitate, pentru unitatea colectivului nu mai este valabil şi pentru membrii (indivizii) colectivului; or această trăsătură este proprie întregului ansamblu statistic şi nu doar mulţimii valorilor statistice (accepţia A_2); în acest sens s-ar putea vorbi de accepţia A_2' – întregul ansamblu statistic având o distribuţie moderat asimetrică.

(2) În cea de-a doua accepţie, termenul de „colectiv" (sens B) desemnează un *ansamblu de indivizi* având legături organice şi a căror totalitate are o unitate ireductibilă; se poate vorbi de colective în sens ontologic (fizic, chimic, biologic etc.) ori în sens sociologic (exemplu, o societate, un popor, o naţiune). Exemplul paradigmatic folosit de Nae Ionescu, în prelegerile II şi III, este cel de naţiune (în comparaţie cu cel de popor).

„Naţiunea nu e numai un ansamblu de indivizi, ci mai ales o unitate organică conştientă" (II, p. 473). În genere, pentru colectivele sociale se distinge între voinţa colectivului şi voinţa individului. Un colectiv prezintă „legături organice între elementele constitutive şi nu numai atât, dar un colectiv [are] legi speciale care depăşesc elementele constitutive..."; voinţa colectivului depăşeşte voinţa individuală (III, p. 126).

„*Formula generală a colectivului este, oarecum, independentă de acţiunea individului constitutiv*" (II, p. 472).

(3) Prin urmare, cea mai evidentă şi importantă trăsătură comună între accepţia statistică (A_2) ori (A'_2) şi

accepţia filosofică (B) este deosebirea între planul indivizilor colectivului şi planul unităţii sintetice ori organice a totalităţii proprii colectivului, aşa încât o serie de legi şi proprietăţi valabile pentru întregul colectiv nu mai sunt funcţionale şi pentru indivizii colectivului.

De altfel, prelegerea III se încheie astfel: „Rămâne acum ca materialul pe care l-am adunat, pornind de la *colectivul* acela *matematic* (accepţia mediei statistice, A_2 – n. n.) până la *colectivul politic* (accepţia sociologică, B – n.n.)… să încercăm să construim *logica colectivelor*, adică mecanismul care este valabil înlăuntrul acestor realităţi, deosebite de realitatea indivizilor" (III, p. 131).

4. Conceptul de colectiv la Onicescu

(*Principii*, cap. I; *Principes*, cap. 6)

4.1. Conceptul de *colectiv* schiţat de Onicescu în cap. I din *Principii* are o vădită apropiere de obiectul preocupărilor lui Nae Ionescu din cele trei prelegeri introductive la *Logica colectivelor*.

Spre deosebire de Nae Ionescu, Onicescu nu tratează separat accepţia statistico-matematică (A_2) de cea sistemico-organică (B), ci, dintru început, le consideră împreună, relevând aspectele statistico-matematice la toate colectivele B examinate. S-ar putea vorbi astfel de un concept sintetizator epistemico-statistic de *colectiv* (accepţia C).

Având şi el drept paradigmatic conceptul de *naţiune*, Onicescu consideră că orice colectiv (în sens B) are două planuri:

(i) planul I: „un colectiv este compus dintr-o mulţime de elemente care au oarecare omogenitate – oricât de vagă ar fi ea" (p. 6);

(ii) planul II este dat de „obiectul unitar pe care îl constituie colectivul însuşi", ce impune o „considerare sintetică, indivizibilă" şi care este asociat cu necesitate planului I;

(iii) aspectul statistic priveşte cu precumpănire planul I; elementele acestuia „sunt susceptibile de o cercetare statistică (ce) ne va conduce la forme sau valori caracteristice sau medii... Suntem astfel în planul valorilor caracteristice sau al valorilor medii".

ADAOS I. Şi planul I are o „unitate sintetică", deoarece valorile medii nu privesc un element anume al colectivului (B), ci totalitatea elementelor individuale.

ADAOS II. Şi planul II este supus experienţei, într-o „considerare sintetică" (abia planul acesta având o autentică „unitate sintetică"), în sensul că măsurătorile pot fi „făcute direct asupra colectivului ca obiect unic al experienţei" (p. 7).

ADAOS III. Relativ la planul II, pe exemplul colectivului Naţiune, se arată că unitatea sintetică, la acest nivel, nu e „rezultanta sintetică a elementelor sale", ci „transcende generalitatea membrilor săi".

NOTA 1. Distincţia dintre cele două planuri, la colectivele de tip B, corespunde oarecum distincţiei lui Nae Ionescu între realitatea indivizilor şi realitatea unităţii colectivului, cu precizarea că Onicescu atribuie o totalitate şi o unitate sintetică şi pluralităţii indivizilor (planul I) diferită de unitatea sintetică (în sens tare) şi „transcendentă" a colectivului însuşi (planul II).

Distincţia lui Onicescu între cele două feluri de totalităţi este mai degrabă abstractă; de altfel, el vorbeşte de cele două planuri ca „planuri de cunoaştere" ori ca „planuri conceptuale", iar nu ca planuri reale.

NOTA 2. Această distincţie abstractă face ca baza colectivului (planul I), în sens B, să fie – dacă ţinem seama şi de felul cum e definit planul I – asimilabilă (aproape) oricărui tip de „populaţie statistică" proprie unui ansamblu statistic, aceste ansambluri având o sferă mult mai largă decât cea a tipului B.
Oricum, distincţia aceasta măreşte distanţa dintre realitatea indivizilor colectivului B şi realitatea unităţii organice a colectivului însuşi. (Onicescu scrie: „... Naţiunea există în chip concret, ca unitate superioară, având o formă de existenţă proprie – în afară de persoanele ce o compun", p. 7.)
Drept urmare, atunci când va constata existenţa unui anume tip de structură statistică proprie colectivelor de tip B, în loc s-o întemeieze pe însăşi „unitatea indivizibilă" ori „organică" a acestora, o va plasa într-o realitate metafizică ce scapă cunoaşterii noastre.

Conceptul epistemico-statistic de colectiv C, schiţat mai sus prin punctele (i)-(iii), trebuie înţeles nu atât ca o sinteză a accepţiei statistice şi a celei sistemic-organice, ci mai degrabă ca o considerare globală, în care se arată că (toate) colectivele de tip B prezintă o anume structură statistică, de tip A_2.

Fără a preciza distincţia dintre accepţia sistemic-organică (B) şi accepţia matematică a „mediei statistice" (A_2), Onicescu foloseşte termenul de „colectiv" şi în sensul lui Nae Ionescu (A_2); astfel el vorbeşte de „colectivul format din rezultatele" unor măsurători (cf. p. 15-16), de un „colectiv de numere" ori de un „colectiv de valori" (p. 16), adică de ansamblul valorilor statistice ce se grupează în jurul unei valori medii.

Pe de altă parte, introduce ideea şi expresia de „statistica valorilor medii" care, principial, surprinde

întregul aspect statistic prezent la colectivele de tip B: „populaţia statistică", caracteristica (variabila), valorile statistice, frecvenţele statistice, distribuţia etc., proprie acestui complex statistic fiind o distribuţie de frecvenţă ce se redă grafic printr-o curbă simetrică în formă de clopot (Gauss-Laplace).

„Statistica valorilor medii" reprezintă astfel o *accepţie statistică globală* (A'_2), proprie ei fiind o curbă de distribuţie simetrică tip Gauss-Laplace ori, prin extensie, curbe de distribuţie moderat asimetrice; accepţia globală A'_2 include sensul restrâns al accepţiei A_2, în care sunt considerate numai valorile statistice (grupate în jurul unei valori medii).

În perspectiva „statisticii valorilor medii" apare ceea ce Onicescu numeşte un „colectiv normal", bine caracterizat prin valoarea medie (cf. p. 17). Deci un „colectiv normal" poate fi socotit drept o ilustrare a accepţiei globale A'_2.

NOTĂ. În tratatul *Lecţii de statistică matematică* (de Octav Onicescu şi Gh. Mihoc, Editura Tehnică, Bucureşti, 1958) se scrie: „1. *Distribuţia simetrică* este distribuţia în care avem aceleaşi valori pentru frecvenţele situate la distanţe egale, de o parte şi de alta a valorii de frecvenţă maximă (*modul* sau *dominanta* – n. n.). De fapt, nu există distribuţii care să corespundă riguros acestei definiţii, deoarece, în general, valorile frecvenţelor distribuite în modul arătat faţă de frecvenţa maximă, diferă într-o oarecare măsură, unele de altele.
Distribuţiile simetrice sunt foarte puţine şi cele mai răspândite sunt cunoscute sub numele de *distribuţii normale*, studiate prima oară de Laplace şi apoi de Gauss. Astfel de exemple ne oferă biometria, antropometria, precum şi unele măsurători, observaţii etc.

2. *Distribuţia uşor asimetrică* este aceea în care valorile frecvenţelor situate la distanţe egale de o parte şi de alta a frecvenţei maxime diferă mai mult între ele. Asemenea distribuţii sunt cele mai numeroase şi aproape că nu există domeniu în care să nu fie întâlnite" (p. 21-22).

Conceptul global epistemico-statistic de *colectiv* (accepţia C) se conturează nu printr-o analiză logico-semantică, ci prin numeroase şi diverse exemple în care, la realităţile colective de tip B, este arătat şi examinat aspectul statistic A'_2 („statistica valorilor medii"). Se poate stabili o ierarhie a colectivelor B examinate din perspectiva statistică A'_2: de la colective cu o unitate sintetică slabă către cele cu o unitate puternică (organică):

- un grup de recruţi faţă de caracteristica talie ori greutate;
- un grup de bare metalice practic egale după lungime;
- o grămadă de fire de pulbere de culori diferite dintr-o clepsidră;
- o masă gazoasă închisă într-un recipient;
- boabele unei specii faţă de genotipul lor etc.

Din expunerea cap. I (*Principii*) se pot desprinde cel puţin trei principii ale cunoaşterii statistice:

I. Referitor la realităţile măsurabile, ceea ce apare practic egal la nivel obişnuit se arată diferit la nivel microscopic; astfel, cu cât folosim instrumente menite a indica o precizie mai mare (de ordinul micronului, de pildă), rezultatele a două sau mai multe măsurători efectuate asupra aceluiaşi obiect sunt diferite. Însă, acolo unde se arată, la nivel de adâncime (precizie), o

diferenţă valorică (numerică), se evidenţiază şi o valoare medie (caracteristică) în jurul căreia se grupează celelalte valori.

II. În genere, se arată că valorii medii dintr-o distribuţie simetrică ori moderat simetrică îi corespunde în planul colectivului real B o caracteristică (proprietate) determinată cu caracter de stabilitate şi reprezentativitate, „un prototip, cu o realitate ascunsă, dar cu atât mai puternică" (p. 21). Faţă de realitatea *tip*, celelalte particularizări ale caracteristicii colectivului apar ca *fluctuaţii*, ca abateri. Astfel, se poate vorbi de o talie tip, la un anume colectiv de indivizi, de o lungime tip, la variaţiile ce apar în măsurătorile de „adâncime" etc., de genotip faţă de boabele unei specii etc.

Existenţa fluctuaţiilor (ori a abaterilor) faţă de tip redă *dinamica* proprie diferitelor colective şi îndeosebi a acelora supuse *devenirii*, deci considerate din perspectiva evoluţiei fenomenelor.

III. Existenţa tipului şi a fluctuaţiilor, ce corespunde unei valori medii în jurul căreia se grupează celelalte valori, nu este întemeiată atât pe unitatea sintetică, organică a colectivelor B, cât pe o realitate metafizică, transcendentă şi incognoscibilă (proprie, de altfel, şi unităţii sintetice din planul II al acestor colective); e vorba de o realitate de ordinul absolutului. În acest sens, Onicescu scrie:

„Ar părea că îndărătul acestor lucruri există o realitate, care scapă înţelegerii noastre, ce ţine de esenţa (fenomenelor statistice – n. n.) şi care reglează într-un chip simplu, dar necunoscut aceste fenomene cu aparenţă complexă, dar îndeajuns de legate între ele" (p. 14)

sau:

„Anume valori medii caracteristice ale fenomenelor fizice par deci a reprezenta o realitate imuabilă, stabilă, căreia noi nu-i vedem decât aparenţele complexe" (p. 15).

4.2. *Categoria de colectiv statistic*

Abordarea epistemico-statistică (accepţia C) a colectivelor de tip B, schiţată de Onicescu la începutul expunerii cap. I din *Principii*, îşi propune, aşa cum am arătat, să surprindă aspectele statistice globale ale acestora prin prisma „statisticii valorilor medii" (accepţia A'_2, proprie anumitor ansambluri statistice (cele caracterizate printr-o distribuţie simetrică ori moderat asimetrică). Ansamblurile (complexele) statistice ce corespund structurii colectivelor de tip B pot fi numite „colective statistice" (Onicescu foloseşte o singură dată expresia „colectiv statistic", conjunctural, în cap. I din *Principii*, p. 37). Întrucât am indicat anterior componentele unui complex (ansamblu) statistic adăugând şi diferenţa specifică proprie lor („statisticii valorilor medii"), considerăm că, în mare, am schiţat conţinutul categoriei de *colectiv statistic* (accepţia A'_2).

Să reabordăm însă, mai întâi, noţiunea de *colectiv* în sens B, având ca paradigmă Naţiunea. În genere, un colectiv – în sens sociologic şi ontologic – este definit ca „un ansamblu de indivizi formând un tot indivizibil şi (principial) indestructibil".

Onicescu distinge două planuri „conceptuale" la colectivele de tip B, este însă clar că acestei perspective îi corespunde una existenţială: două planuri reale. Nae Ionescu distinsese între planul real

al indivizilor şi planul real al unităţii colectivului acestora. Felul cum distinge Onicescu cele două planuri, evidenţiind două feluri de totalităţi (ori „unităţi sintetice"): totalitatea ca simplă însumare a unor indivizi „oarecum omogeni ori relativ omogeni" (planul I) şi totalitatea ca unitate organică, ca unitate sintetică (în sens tare), reprezentând însăşi nucleul propriu ansamblurilor de tip B (planul II), este justificată şi necesară unei distincţii conceptuale şi *eo ipso* abstracte. În opinia autorului, aspectul statistic, chiar cel al „valorilor medii", priveşte numai planul I.

Sunt aici câteva întâmpinări de adus:

(i) aşa cum este definit planul I, el se potriveşte oricărei „populaţii statistice";

(ii) se pierde un aspect esenţial pentru structura colectivului: relaţia dintre indivizi;

(iii) unitatea esenţială („unitatea sintetică" în sens tare) este aproape exterioară indivizilor colectivului;

(iv) aspectul statistic nu se poate ridica până la planul II, poziţie infirmată de o altă consideraţie a autorului şi de abordările sale ulterioare formulării distincţiei în cadrul conceptului C;

(v) nu se mai poate justifica faptul că tocmai la „populaţiile statistice" proprii colectivelor de tip B se surprinde structura specifică a „statisticii valorilor medii" (distribuţie simetrică ori moderat asimetrică).

Principial, aşadar, distincţia dintre cele două planuri trebuie păstrată, urmând a fi completată şi precizată.

Vom porni de la domeniul social, unde se desprind mai multe feluri de colective cu o „unitate sintetică" mai slabă ori mai strânsă şi unde se poate stabili şi o ierarhie extensională ori de rang social: un colectiv de muncă,

un colectiv de acţiune etc; o asociaţie, un consiliu, un partid politic etc.; un popor, o societate, o naţiune.

Unitatea organică a colectivelor nu este exterioară indivizilor decât într-un anume sens, parţial; cert este că această unitate se bazează pe o comuniune de participare, de aspiraţii, de voinţă etc. a indivizilor.

În acest sens vom indica următoarele aspecte definitorii pentru un colectiv social de tip B:

(i) existenţa unui *ansamblu de indivizi* (omogeni şi compatibili) care nu poate fi considerat doar ca simplă totalitate (însumare) decât în mod abstract;

(ii) existenţa unor *legături strânse* între indivizi în raport cu un *sens existenţial comun*;

(iii) o totalitate a indivizilor căreia îi este caracteristică o *unitate ireductibilă la indivizi*, reprezentând un întreg, unitate ce cuprinde o serie de *valori* faţă de care se determină sensul existenţial al indivizilor, o rezultantă numită *unitate de voinţă şi de acţiune* etc.

(iv) unitatea colectivului presupune şi existenţa unui *centru de acţiune*, care, în mod natural, poate orienta *voinţa colectivă*;

(v) existenţa unui *prototip* de individ şi a unor trăsături *tipice* reprezentative pentru întregul colectiv.

În cele de mai sus, am îmbinat ideile lui Onicescu cu cele ale lui Nae Ionescu privind structura colectivelor de tip B.

În ceea ce priveşte abordarea statistică globală, în sensul lui Onicescu („statistica valorilor medii" ori „colectivul statistic"), se poate arăta că aceasta se raportează şi la planul II; în funcţie de gradul de participare a indivizilor la viaţa colectivului (în întregul lui), în

particular, a gradului de participare a indivizilor la fiinţa Naţiunii, se conturează o curbă de distribuţie simetrică ori moderat asimetrică, astfel încât „statistica valorilor medii" nu se opreşte la baza colectivului, la simpla considerare a totalităţii indivizilor colectivului (planul I).

Onicescu extinde abordarea epistemico-statistică la colectivele de tip B din domeniul naturii (fizic, chimic, organic etc.).

Or, toate aspectele specifice „colectivelor statistice" (A'_2) au un corespondent în structura colectivelor de tip B: distribuţia simetrică şi moderat asimetrică arată raportul indivizilor faţă de un „centru" sau concordanţa majorităţii cu unitatea centrală a colectivelor de tip B; valoarea medie (dominanta) are un corespondent într-un prototip, care de asemenea este propriu colectivelor de tip B etc.

Fără a intra aici în amănunte, vom susţine că aspectele elementare ale „colectivelor statistice" (A'_2) – „populaţia statistică" şi elementele ei, caracteristicile şi valorile lor, distribuţia de frecvenţă a caracteristicilor şi, în particular distribuţia simetrică şi cea moderat asimetrică, existenţa unor valori medii (între care şi dominanta), dispersia etc. pot fi într-un fel sau altul considerate în corespondenţă cu structura colectivelor de tip B.

Dacă vom considera că colectivele B îşi au un corespondent în colectivele de tip A'_2, va trebui să admitem că au în comun baza lor: *ansamblul indivizilor* (precum şi relaţiile şi trăsăturile lor comune) fiind identic cu *„populaţia statistică"*, chiar dacă aceasta din urmă este concepută într-un mod mai abstract.

Corespondenţa aceasta pare să nu mai funcţioneze şi în sens invers, anume dacă plecăm de la mulţimea

reală ori posibilă a „colectivelor statistice" (A'_2) către colectivele de tip B; în acest caz însă ne putem întreba dacă nu cumva în spatele unei anume „populaţii statistice", determinate într-un fel sau altul, nu se află un anume colectiv de tip B.

Aceste chestiuni se pun dintr-o perspectivă epistemologico-statistică, şi nu dintr-una statistic-matematică.

Dacă dorim, acum, să extindem categoria de „colectiv statistic" şi la alte tipuri de complexe statistice (cu alte distribuţii de frecvenţă a caracteristicii) acest lucru ori primeşte o justificare corespunzătoare ori este realizat pur şi simplu în mod convenţional.

Spre această extindere pledează aplicarea termenului de „colectivitate" (statistică) la orice tip de „populaţie statistică", întâlnit în multe manuale şi tratate de statistică matematică.

*

* *

Să mai adăugăm aici şi câteva consideraţii despre accepţiile A_1 (von Mises) şi A_2 (Nae Ionescu) ale termenului de „colectiv"; ambele sunt accepţii restrânse şi abstracte în raport cu categoria globală de „colectiv statistic" (A'_2); pentru accepţia A_2, am arătat deja că este implicată de accepţia A'_2.

Conceptul „frecvenţial-probabilistic" (A_1) al lui von Mises luat în sensul lui restrâns (şirul infinit şi aleatoriu al unor frecvenţe relative ce tinde către o limită invariantă) – şi spunem restrâns, pentru că şi acest concept, ca şi A_2, presupune considerarea unui „complex statistic" (un obiect ori mai multe obiecte,

o „populaţie" de proprietăţi etc.) – permite şi el o abordare din prisma categoriei obişnuite de colectiv, aşa cum a intenţionat să procedeze Nae Ionescu cu termenul A_2. Colectivul A_1 are de fapt două planuri: planul în care se înscrie şirul infinit şi aleatoriu al frecvenţelor relative – *plan al experienţei* (astfel încât abordarea poate fi şi statistică) şi *planul teoretic (ideal)* în care se înscrie *probabilitatea* considerată ca *limită ideală* a şirului, iar nu ca limită matematică, prin aceasta abătându-ne de la definiţia strictă a lui von Mises.

Prin urmare, o mulţime principial infinită, incluzând factorul aleatoriu (ca semn al planului experienţei), de frecvenţe relative se raportează la o mărime ideală ce conferă unitate şi sens întregii mulţimi (întregului şir), şi anume la probabilitate, concepută ca o frecvenţă relativă invariantă şi ideală.

Ca o ultimă comparaţie, merită a arăta aici că una dintre modificările aduse conceptului lui von Mises (accepţie A'_1) de către K. Popper (1934) este apropiată de noţiunea A_2 formulată de Nae Ionescu. În loc de *limită* a şirului lui von Mises, Popper introduce şi defineşte conceptul de *„frecvenţă medie* ca *punct de acumulare* al şirului frecvenţelor relative furnizate principial de experienţă (cf. *Logica Cercetării*, p. 195-198).

4.3. *Legătura cu teoria noţiunilor*

Diferenţa dintre *simpla considerare* a unei clase de indivizi, ce corespunde sferei unei noţiuni, unde indivizii apar nediferenţiaţi, şi *perspectiva statistic-frecvenţială* a diferitelor proprietăţi accidentale, care pun în evidenţă *concreteţea* şi *diferenţa* între indivizii clasei respective, l-a condus pe Onicescu la compararea

noţiunilor – ca elemente de bază ale logicii – cu categoria de *colectiv statistic*.

Comparând *geneza noţiunilor* (chestiune ce nu ţine de domeniul logicii formale) cu *colectivul biologic* al *genotipului*, Onicescu emite, mai întâi, ipoteza că noţiunile s-ar constitui nu prin abstractizare, ci după procesul general propriu formării genotipului.

În al doilea rând, formulează o idee, evident, discutabilă:

„Astfel interpretată noţiunea nu mai poate fi considerată o abstracţie, ci o *realitate experimentală*; aşa realitate este genotipul corespunzător unui colectiv de frecvenţe bine determinate" (*Principii*, p. 27).

NOTA 1. Aici trebuie să observăm că: (1) în genere, prin însăşi natura lor, noţiunile sunt abstracte; (2) noţiunile ţin de planul gândirii şi doar mulţimile de obiecte corespunzătoare noţiunilor (după esenţa exprimată de aceste noţiuni) ţin de planul realităţii spaţio-temporale; (3) există noţiuni „abstracte", adică mai generale, şi există noţiuni mai *concrete* ori mai *complexe* (în conţinutul lor), dar tot noţiuni rămân. Aşa, de pildă, una este conceptul de *genotip* şi alta este genotipul însuşi, după cum una este noţiunea de *lumină* şi alta este lumina însăşi.
NOTA 2. Trebuie, totuşi, să notăm că, în pasajul citat, Onicescu are ca premisă nu teoria logică a noţiunilor, ci *întrebuinţarea* acestora în diferite contexte, o chestiune ce ţine de filosofia limbajului comun; însă referindu-se la variabilitatea situaţiilor concrete de gândiri şi vorbire, vizează, de fapt, *judecata* ca opinie contextuală (exemplul fiind *formarea opiniei juraţilor*). Sub acest aspect, se justifică apropierea de statistică.

NOTA 3. În fine, Onicescu precizează imediat că nu intenţionează să identifice noţiunea cu „ceea ce în ordine cantitativă este valoarea medie sau în ordine calitativă, calitatea caracteristică unui colectiv" şi că „limitarea aceasta ar fi arbitrară" generând o lume anarhică de noţiuni (*loc. cit.*).

*

* *

De fapt, interpretarea corectă a teoriei (clasice şi moderne) a noţiunilor ajută la înţelegerea mai clară a însuşi conceptului de *colectiv statistic;* fără teoria noţiunilor, caracterizarea colectivelor statistice nici n-ar fi posibilă.

Să luăm, de pildă, colectivul recruţilor dintr-un anume an (şi ţară), aici vor interveni alături de noţiuni şi aşa-numitele *descripţii definite* (*noţiuni singulare*):

(i) însăşi *mulţimea de referinţă* („populaţia") a indivizilor unui *colectiv* corespunde *extensiunii* unui anume *grup noţional* ce indică *esenţa* şi *proprietatea* ori *proprietăţile* proprii mulţimii de referinţă (*om, tânăr, recrut*) – este vorba de *un grup de recruţi*;

(ii) *proprietatea măsurabilă*, numită în statistică şi „caracteristica populaţiei" (mulţimii de referinţă), este o proprietate accidentală, exprimată tot printr-o noţiune (exemplu, noţiunea de *înălţime* etc.); din perspectiva acestor noţiuni, se conturează o realitate nediferenţiată (vagă): este vorba de un grup de recruţi având fiecare o anume înălţime. Mai întâi, prin *descripţii definite* de localizare (*indexicale*) ce precizează planul I (al mulţimii de referinţă): „un grup de recruţi din anul cutare şi din

cutare ţară; apoi o proprietate accidentală ca determinaţie generală, de exemplu proprietatea *înălţime*, distributivă faţă de indivizi, se diferenţiază prin diferite valori numerice (în urma măsurătorilor) ce se exprimă tot prin descripţii definite indexicale (o înălţime de 1,58 cm, alta de 1,72 cm ş.a.m.d.).

De-abia acum intervine perspectiva pur statistică: stabilirea *frecvenţei absolute* a valorilor proprietăţii examinate, adică indicarea *numărului de indivizi* ce corespund fiecărei *valori* în parte; în fine, printr-o perspectivă *sinoptică* (un tabel ori un grafic-histogramă), se evidenţiază atât *frecvenţa dominantă,* cât şi *valoarea medie* (*caracteristică*), plus faptul că celelalte valori nu au o *distribuţie* pur *aleatoare*, ci se *grupează* (*aproape simetric*) *în jurul valorii medii*.

4.4. *Critica conceptului de colectiv la von Mises* (Accepţia A_1)

Poziţia lui Onicescu faţă de conceptul de *colectiv* al lui von Mises cunoaşte cel puţin două faze:

I. În prima fază (*Principii*, 1944), Onicescu expune concepţia sa despre colectiv în cap. I din *Principii,* fără nici o legătură cu concepţia lui von Mises, pe care o expune separat şi pozitiv (în cap. II); aceasta presupune două lucruri: (1) accepţia din cap. I (accepţia A_2) este diferită de accepţia lui von Mises (A_1); primul concept (A_2) este *frecvenţial-statistic,* al doilea (A_1) este *frecvenţial-probabilistic;* (2) accepţia A_1 are o puternică amprentă *aleatorie* (*colectivele* lui von Mises sunt *şiruri de evenimente aleatorii infinite cu o limită invariantă*), în vreme ce aspectul *aleatoriu* este mult

mai slab în domeniul *statisticii* – prin însăşi prezenţa *valorii medii* ce grupează în jurul ei celelalte valori ale proprietăţii măsurabile.

Expunerea concepţiei lui von Mises (din *Principii*, cap. II) este pozitivă; Onicescu propune aici doar o extindere a teoriei despre A_1.

„În loc de un şir întâmplător unic, să considerăm mulţimea şirurilor întâmplătoare pe care le formează experienţa în legătură cu un anume fenomen şi care dau aceeaşi valoare limită" (*op. cit.*, p. 69, respectiv *Principes*, cap. 5).

Ideea a fost, totuşi, formulată atât de von Mises, cât şi, mai succint, de A. Wald (1937), fiind reprodusă de von Mises în lucrarea sa postumă (1964): „deci există infinit de multe colective... a căror distribuţie este egală cu *p* [limita şirului aleator]" (*op. cit.*, p. 41).

II. În faza a doua, Onicescu îşi modifică simţitor poziţia faţă de concepţia lui von Mises, în lucrarea *Numere şi sisteme aleatorii* (1962, cap. 1, § 5), după cum urmează:

(1) Conceptul de *colectiv* al lui von Mises (dezvoltat în lucrările sale din 1919, 1928, 1931 şi, postum, 1964) este încadrat în *statistica matematică*, şi nu în *teoria matematică a probabilităţilor*.

„Când R. von Mises [1928] a construit teoria sa axiomatică, elaborând o ştiinţă a *colectivelor statistice*..." (subl. n., *op. cit.*, p. 13), ceea ce contravine oarecum cu o interpretare în genere acceptată şi, în primul rând, cu înţelegerea lui von Mises însuşi: conceptul de *colectiv* nu numai că ţine de *calculul probabilităţilor*, dar constituie *baza* acestuia: „Conceptul de colectiv este baza teoriei noastre despre probabilitate" (*op. cit.*, 1964, p. 12).

NOTĂ: Este drept că von Mises face o apropiere explicită între conceptul său de „colectiv" şi conceptul statistic de „populaţie", dar precizează imediat că, pentru termenul de „populaţie", *factorul aleatoriu* este secundar, marcând astfel deosebirea dintre *calculul probabilităţilor* şi *statistică matematică* („Adesea cuvântul *populaţie* este folosit într-un sens similar [cuvântului *colectiv*], deşi referinţa la o populaţie se face atunci când nu se indică faptul că hazardul are preeminenţă", *loc. cit.*).
Pe de altă parte, am menţionat deja că conceptul de colectiv (A_1) permite ori presupune şi o interpretare statistică.

(2) În aceeaşi lucrare menţionată, *Numere şi sisteme aleatorii* (1962, cap. I, § 5), Onicescu critică conceptul de *colectiv* al lui von Mises sub aspectele din care s-au făcut majoritatea obiecţiilor: (i) *axioma convergenţei* (existenţa unei limite invariante la un şir aleatoriu, şi (ii) *axioma hazardului* (limita şirului aleator rămâne invariantă şi pentru subşirurile selectate; cf. *Numere... aleatorii* (p. 30).

(3) Această critică, obişnuită la exegeţii lui von Mises, este însă făcută acum de Onicescu, în măsura în care formulează o altă perspectivă:

(i) *o altă accepţie pentru propriul său termen de „colectiv"* (cf. accepţiile A'_2, B şi C), considerând, acum, colectivul „ca un şir de valori aleatorii", dar nu *probabilistic*, ci *statistic*; această accepţie *statistic-aleatorie* o vom marca prin A_3, şi

(ii) determinarea unui anumit tip de *operatori de selecţie*.

Asupra acestor două aspecte, ne vom opri în paragraful următor.

Schimbările de poziţie ale lui Onicescu faţă de conceptul lui von Mises aduc însă modificări în propria sa terminologie: o dată, avem conceptul *epistemologico–statistic* (C) din cap. I, *Principii* (1944), a doua oară, avem conceptul *aleatoriu-statistic* (A_3), care aduce o completare la conceptul *frecvenţial-statistic* (A_2) prin evidenţierea caracterului *aleatoriu*, chiar dacă acesta este mult mai prezent în *calculul probabilităţilor*, decât în *statistica matematică*.

IX. ŞIRURILE ALEATORII ŞI OPERATORUL FUNDAMENTAL DE SELECŢIE (O_A) (*Principes*, cap. 6)

Caracterul aleator al unor şiruri de valori numerice este, în primul rând, propriu calculului probabilistic, şi, mai puţin, statisticii matematice; Onicescu nu a introdus studiul şirurilor aleatorii în *Principiile teoriei probabilităţilor* (1969), acordându-i o tratare separată, dar, principial, consideră, fireşte, că această temă ţine de teoria matematică a probabilităţilor (cf. *Prefaţa* la *op. cit.*), având însă aplicaţie şi la statistica matematică.

Conceptul de *colectiv* al lui von Mises (accepţia A_1) ţine de studiul sistemelor aleatorii (colectivul său fiind un şir aleatoriu infinit...), deci de calculul probabilităţilor.

Conceptul de *colectiv* (accepţia A_2 şi C), din *Principii* (1944), ţine de *statistică*, unde aspectul aleatoriu este slăbit prin însăşi existenţa unei anume

distribuţii în jurul *valorii medii* a unei proprietăţi a indivizilor, măsurabilă.

În *Numere şi sisteme aleatorii* (cap. I) (inclus în *Principes*, cap. 6), Onicescu introduce accepţia de „colectiv aleatoriu" (accepţia A_3), apropiindu-se astfel de accepţia A_1 a lui von Mises.

NOTĂ. Titlul § 1, din cap. I din *Numere... aleatorii*, „Exemple de numere aleatorii", e tradus (schimbat) în *Principes*, cap. 6 (§7) în „Exemple de colective cu valori aleatorii" (prin exemplele date aici, Onicescu marchează aspectul aleatoriu al conceptului de *colectiv*).

Criticând conceptul de colectiv A_1 a lui von Mises, Onicescu valorifică, în schimb, conceptul de „operator de selecţie" al lui von Mises. (În teoria acestuia se trece de la şirul infinit aleatoriu de bază la subşiruri aleatorii cu aceeaşi limită, prin aşa-numitele *selecţii de poziţie*.)

Onicescu porneşte de la semnificaţia teoremei fundamentale a lui V.I. Glivenko: „Un şir aleator generat de o valoare aleatorie îi relevă, sub formă statistică, toate caracteristicile proprii" (cf. *op. cit.*, p. 13).

Pe această teoremă, socotită fundamentală, îşi sprijină Onicescu interpretarea *colectivelor aleatorii* ca forme *statistice* (accepţia A_3).

Spre deosebire de conceptul A_1 (von Mises), *conceptul statistic şi sintetic* al lui Onicescu ($C' = A_2 + A_3$) nu se mai sprijină pe existenţa unei *frecvenţe limită* a şirului aleatoriu, ci, o dată pe *valoarea medie* (dominanta) în accepţia A_2 şi C, şi, a doua oară, pe ponderea unei *valori aleatorii generatoare a şirului* (Glivenko) – Accepţia A_3 sau $C' = A_2 + A_3$. Teorema fundamentală a lui Glivenko enunţă:

„Dacă u = (u_1, u_2...) este un şir aleator de realizări, prin probe independente, ale variabilei aleatoare (de bază), repartiţia valorilor şirului tinde, în probabilitate, către repartiţia variabilei.“

Această teoremă, ce ţine de teoria probabilităţilor, fundamentează probabilistic existenţa valorilor medii (aspect statistic).

Relativ la această teoremă Onicescu scrie:

„Această teoremă, enunţată de V.L. Glivenko (1933), ne arată că, cu o probabilitate care tinde către 1, un şir de *u* realizări ale unei variabile aleatoare ne dă toate informaţiile statistice pe care le reprezintă funcţia sa de repartiţie, deci în particular ne dă toate valorile medii. Gradul de aproximaţie în funcţie de *n* este obţinut cu ajutorul teoremelor corespunzătoare ale teoriei probabilităţilor“ (*op. cit.*, p. 29).

Putem spune, astfel, că abia prin sintetizarea accepţiei A_2 (frecvenţial-statistice) cu accepţia A_3 (statistic aleatorie), conceptul matematico-statistic al lui Onicescu dobândeşte un contur mai precis (accepţia $A_2 + A_3$ înseamnă considerarea atât a *valorilor medii,* cât şi a unei *valori aleatorii generatoare*); corespunzător, *conceptul epistemologico-statistic* din cap. I (*Principii*) – accepţia C îşi îmbogăţeşte accepţia prin considerarea aspectului aleatoriu ($C' = A_2 + A_3$), din *Numere... aleatorii*, cap. I, ceea ce justifică alăturarea celor două expuneri în cap. 6 din *Principes*.

*

*   *

În continuare, O. Onicescu examinează ideea de *operator de selecţie*.

„Numim *operator de selecţie* un şir constituit din semnele I şi 0, I reprezentând *identitatea* şi 0 un anihilator." De exemplu, pentru operatorul *s* structura ar fi *s* = (0, I, I, 0, 0, 0, 0, 0, I, 0...) (*op. cit.*, p. 153).

Sunt două tipuri de operatori de selecţie *s*: operatorul de *reţinere* (I) a unor elemente din şirul iniţial şi operatorul de respingere (0) a unor elemente din acelaşi şir iniţial. Evident că esenţial este operatorul de anihilare (respingere): *s* = 0.

Pentru cazul şirurilor aleatorii de tip von Mises se pune problema *poziţiei* elementelor în succesiunea şirului, indicată printr-un indice numeric. (De aceea, în cazul teoriei lui von Mises, se operează cu aşa-zisele *selecţii de poziţie*.)

Expunând sumar, dar cu claritate, procedeul selecţiei subşirurilor aleatorii, în cazul lui von Mises, Onicescu punctează aspectele problematice.

Renunţând, din motivele menţionate, la procedeul propriu lui von Mises, Onicescu examinează avantajele altei metode de selecţie, datorată unui elev al lui von Mises, anume A. Wald.

Concluzia sa este:

„Stabilitatea faţă de selecţie, aşa cum a fost definită de R. von Mises şi precizată de A. Wald, este prea rigidă. Ea poate fi lărgită... fără să se ceară prin aceasta existenţa unei *limite* a obiectului [de bază] [de fapt, a proprietăţii primare în raport cu care se stabileşte frecvenţa relativă a şirului aleator iniţial]..." (*op. cit.*, p. 162).

În finalul expunerii, autorul revine la teorema fundamentală a lui Glivenko (în care se arată că repartiţia valorilor şirului aleatoriu tinde, în probabilitate, către

repartiţia variabilei aleatorii), arătând că introducerea operatorilor fundamentali de selecţie O_A permite interpretarea mai completă a şirurilor aleatorii determinate de teorema menţionată:

„Operatorii O_A îngăduie o investigare aprofundată a variabilei aleatorii (generatoare de şiruri aleatoare) asupra căreia se efectuează diferitele experimente. Pentru acest motiv îi socotim operatori de selecţie fundamentali; ei valorifică astfel în mod efectiv şi complet teorema lui V. Glivenko" (*op. cit.*, p. 44), resp. *Principes*, cap. 6, p. 170).

*

* *

Spre deosebire de elaborarea conceptului de *colectiv* îndeosebi în accepţia sa *epistemologico-statistică* (C), care are deschidere către formularea unei teorii în care *teoria noţiunilor* să conlucreze cu categoria statistică de *colectiv*, introducerea *operatorului de selecţie* (O_A) este o contribuţie predominant matematică.

G. ASPECTE METODOLOGICE ALE OPEREI MATEMATICE A LUI ONICESCU

Principalele lucrări matematice ale lui Onicescu ţin de teoria matematică a probabilităţilor, de statistica matematică şi de mecanica statistică. Prin natura lor, aceste ramuri ale matematicii sunt deschise către fizică şi multe alte ştiinţe în care apar fenomenele probabilist-statistice; ele se arată ca fiind cele mai apropiate de realitatea empirică, aşa cum o dovedesc teoriile mai noi ale ştiinţelor naturii şi ale societăţii.

Metodologia matematicii are, după Onicescu, următoarele aspecte mai generale:

(1) Matematica, în genere, are specificul ei, având o natură sintetică şi constructivă şi fiind, practic, independentă de gândirea logic formală.

(2) Tendinţele de unificare a ramurilor matematicii ori de unificare a unui singur domeniu prin axiomatizare logico-formală ori matematică duc la o simplificare şi sărăcire a potenţialului gândirii matematicii şi a matematicii însăşi; dacă o doctrină matematică ar fi integral axiomatizată, atunci s-ar reduce la o maşină „care să facă operaţiile caracteristice acelei [doctrine], în care se aşază, ca nişte date, elementele ei fundamentale şi care să realizeze, funcţionând singură, automat, şirul tuturor relaţiilor şi al teoremelor care constituie [doctrina] respectivă" (*Principii*, p. 134).

(3) „Automatismul nu este o prerogativă a ştiinţei, chiar dacă ea îl foloseşte... cum foloseşte omul orice mecanism ce-i stă la îndemână" (*op. cit.*, p. 148).

„Algoritmul poate fi un instrument al matematicii, dar niciodată nu poate fi confundat cu un mod de gândire în ea...“ (*loc. cit.*)

(4) „În loc să căutăm garanţia autenticităţii în Analiză şi Logică, aşa cum procedează în genere axiomatica ... să căutăm cu ajutorul grupului de transformări [de care vorbesc matematicienii de la F. Klein la Barbilian] un principiu de corespondenţă cu o teorie matematică de bază [cum e geometria lui Euclid]“; aşadar matematica nu trebuie redusă nici la schema ei axiomatică şi nici la schema ei grupală (F. Klein etc.), ci trebuie privită în ansamblul ei ca o „doctrină întreagă“, „cu toată bogăţia de fapte, de teoreme pe care ea le închide“ (*op. cit.*, p. 146).

(5) Gândirea matematică nu e numai sintetică şi constructivă, ci este în primul rând *creativă*, aşa încât „fiecare matematician formulează în felul său propriu o teorie şi chiar o simplă constatare“ (*op. cit.*, p. 147).

(6) Pe de o parte, matematica trebuie să fie liberă de orice tendinţă aplicativă, urmând firul gândirii autentic matematice, pe de alta, diferitele ramuri ori doctrine matematice pot oferi modele ori scheme pentru celelalte ştiinţe, numai dacă aceste modele şi scheme se impun de la sine; astfel limbajul matematic este adecvat fizicii numai dacă diferite scheme matematice sunt şi concordante cu modul de experimentare fizic.

(7) În folosirea modelelor şi structurilor matematice s-a dovedit prioritară metodologia care pleacă de la întreg spre parte; o astfel de aplicaţie o oferă conceptul statistic de „colectiv“. Astfel, dacă ar fi să ne referim numai la mecanica statistică, în raportul dintre molecule şi întregul unei mase gazoase s-a dovedit eficient principiul priorităţii unităţii întregului asupra părţilor elementelor componente.

„Cine ar voi, însă, să constituie o mecanică statistică pornind numai de la molecule şi de la proprietăţile lor oricât de bine şi detaliat cunoscute, ar încerca o mare deziluzie. Dacă n-are, în acelaşi timp, în faţă, imaginea precisă a colectivului ca unitate superioară cu diversele sale aspecte sensibile experienţei nu va şti, sau va şti greu să aleagă proprietăţile moleculelor, să le asocieze, să le limiteze. Calculul acelor caracteristici medii ale moleculelor nu poate avea o valoare decât în măsura în care ele sunt condiţionate sau chiar impuse de colectivul însuşi" (*op. cit.*, p. 9-10).

H. CARACTERIZAREA GENERALĂ A CONCEPŢIEI LUI ONICESCU DESPRE LOGICĂ

O. Onicescu nu are lucrări de logică propriu-zisă, dar în lucrarea *Principiile cunoaşterii ştiinţifice* (1944), înglobată în lucrarea mai extinsă *Principes de logique et de la philosophie mathématique* (1971), îşi expune concepţia despre raportul dintre matematică şi logică, precum şi despre raportul dintre logică şi celelalte ştiinţe. Importanţa acestei concepţii are un dublu aspect: (i) vine din partea unui matematician remarcabil şi (ii) ideile sale privesc logica şi natura ei, de fiecare dată când se referă explicit la raportul dintre matematică şi logică.

Fiind un adept al autonomiei gândirii matematice, Onicescu respinge în principiu orice implicare a logicii în matematică. Matematica este sintetică şi constructivă, logica este analitică şi deductivă, deci neproductivă. Onicescu adoptă sloganul simplist al lui Wittgenstein, potrivit căruia logica este o tautologie.

De pe această poziţie, abordând diferite aspecte ale matematicii, atitudinea lui Onicescu este, în genere, critică şi chiar negativă faţă de logică; nu numai faţă de expansionismul logicii (logicismul etc.), ci şi faţă de gândirea logico-formală, pe care o consideră o piedică în calea creaţionismului matematic.

Însă, ca orice poziţie critică, poziţia lui Onicescu are, prin sine, un revers pozitiv, fiind un prilej de a regândi aspecte ale problematicii clasice a logicii şi de a le privi din altă perspectivă.

I. Vom începe prin a aminti criticile ce se dovedesc importante:

– încercarea logicismului de a reduce matematica la logică;
– încercarea lui Hilbert de a reduce matematica la o axiomatică logico-formală (teoria demonstraţiei);
– încercarea Şcolii de la Viena de a unifica ştiinţa printr-un limbaj pur logic;
– încercările de axiomatizare logico-formale ale teoriei mulţimilor;
– aspecte discutabile ale axiomei alegerii (Zermelo);
– încercările de a reduce matematica la una dintre ramurile ei (de exemplu, la aritmetică) în vederea logicizării ei etc.

Onicescu nu combate aceste tendinţe din interiorul lor ori cu argumente logice dezvoltate, ci cu autoritatea matematicianului care apără autonomia modului de gândire matematic.

În prelungirea acestei atitudini, Onicescu ajunge însă să conteste logicii ceea ce nu i se mai poate contesta: *logica formală* este prezentă în orice formă de gândire ştiinţifică, ca modalitate de conlucrare cu conţinuturi diferite şi garantează *coerenţa*, o condiţie necesară de veridicitate a ştiinţei.

Influenţat de domeniul său, anume cel al calculului probabilităţilor, şi de statistica matematică, ce au deschidere mai mare spre experienţele fizice fluctuante, decât spre rigoarea logică, Onicescu ajunge să fie circumspect chiar şi faţă de coerenţa şi precizia logică a unei expuneri sau teorii ştiinţifice. Astfel, încercarea lui Hilbert de a reduce matematica la teoria

numerelor e precară şi pentru că se bazează (1) pe siguranţa operaţiilor aritmeticii, dar şi pe (2) „garanţia că noţiunile cu care lucrăm rămân pure şi identice cu ele însele de-a lungul oricărei operaţii, ceea ce e condiţia de funcţionare a oricărui limbaj, chiar nematematic" (*Principii*, p. 135); Onicescu pune în discuţie însăşi aceste condiţii, când, de fapt, chestiunea e că sunt necesare, dar nu şi suficiente, pentru construcţia matematicii.

Abordând raportul dintre *gândirea (teoria)* matematică şi *limbajul* matematic, dintre o doctrină ştiinţifică şi limbajul ei, Onicescu consideră, pe bună dreptate, că identificarea ori reducerea *gândirii* la *limbaj* este o formă de *nominalism*, cu atât mai mult, dacă, în astfel de tendinţe, limbajul apare ca „un joc de semne". Numai că, în teoriile considerate de Onicescu drept „nominaliste", se face distincţia între *sintaxa logică* (ce nu este „un simplu joc de semne") şi *semantica logică* corespunzătoare, deci corelaţia formă-conţinut este bine precizată. Apoi, Onicescu aplică termenul logico-filosofic de „nominalism" (nu există *concepte* ca *forme generale*, ci numai *semne* ca *nume comune* şi *lucrurile individuale*) dincolo de domeniul acestui termen; aşa, sunt considerate forme de „nominalism", doctrine precum „logicismul", „empirismul logic", „formalismul lui Hilbert" etc; în al doilea rând, aplică termenul de „nominalism" *logicii simbolice* înseşi (numită de el „logistică"); în al treilea rând, consideră „nominaliste" şi tendinţele de *axiomatizare integrală*, fie ele logico-formale, fie matematice (prin transformările de grup), pentru că aceste tendinţe sunt un pericol pentru gândirea matematică, în sensul că ar transforma

matematica într-o maşină care produce de la sine, în mod automat, formulele şi teoremele, anulând de fapt gândirea creativă.

Pe de altă parte, atunci când examinează „Formele gândirii matematice“ (*Principes*, cap. 1), menţionează *raţionamentele deductive* ca fiind *nesemnificative*; or, oricât de importantă ar fi *inducţia matematică*, gândirea matematică nu se reduce la ea; în loc de a neglija raţionamentele deductive din matematică, ar fi fost de interes să se arate cum conlucrează *gândirea logic-deductivă* cu *gândirea matematică sintetică, intuitivă şi constructivă* în mecanismul *demonstraţiilor*, prin care poate fi dovedit *adevărul teoremelor*.

Dimpotrivă, considerând ca neadecvată implicarea *logicii* în *matematică*, i se pare firească şi îndreptăţită tendinţa opusă: *matematizarea logicii*; dar această tendinţă este şi ea expusă exceselor ca şi cele ale *logismului* ori ale altor doctrine logicizante ale matematicii.

De altfel, consideră „logica matematică“ (termen folosit de mari logicieni, precum Church şi Quine ca sinonim cu „logică simbolică“ ori cu „logica formală“ modernă) ca un ansamblu de „teorii matematice“ (cf. *Principes*, p. 43), rezervând termenul de „logistică“ (termen introdus de M. Itelson, precum şi de Lalande, Couturat, în 1904, ca sinonim cu „logica simbolică“) pentru *logica formală* dezvoltată în cadrul *logicismului* etc.

II. Contribuţii ale lui Onicescu în logică

Interpreţi autorizaţi ai lui Onicescu, precum A. Dumitriu şi Al. Surdu, consideră că determinarea categoriei de

„colectiv”, precum şi introducerea *operatorilor fundamentali de selecţie* sunt contribuţii ale lui Onicescu în logică.

(a) În ceea ce priveşte *operatorul fundamental de selecţie* (O_A), acesta ţine mai mult de *statistica matematică* şi de *teoria sistemelor aleatorii*.

(b) Referitor la categoria matematică de *colectiv*, am arătat că, în genere, acest termen introdus de R. von Mises (cu diferite modificări ulterioare aduse de adepţi ori critici ai acestuia) are o accepţie *frecvenţial probabilistică*; la Onicescu, termenul capătă o accepţie *frecvenţial statistică* şi, mai apoi, *statistic-aleatoare*; toate aceste accepţii ţin de *teoria matematică a probabilităţilor* şi de *statistica matematică*.

(c) Din perspectiva *epistemologico-statistică*, apropiată de concepţia lui Nae Ionescu (*Logica colectivelor*), Onicescu determină *teoria generală a noţiunilor* după conceptul său de *colectiv*; în loc să combine cele două perspective, Onicescu ajunge la afirmaţii discutabile, coborând *noţiunea* de la nivelul *gândului* la nivelul *realităţii concrete*, în raport cu „colectivul statistic”:

„Astfel interpretată, noţiunea nu mai poate fi considerată ca o abstracţie, ci ca o *realitate experimentală* (subl. n.), aşa cum realitatea este genotipul corespunzător unui colectiv de frecvenţe bine determinate” (*Principii*, p. 27).

Am arătat, însă, că şi această idee are o anume justificare (cf. E, VIII, 4.3).

De fapt, teoria despre colective, cu cele trei accepţii principale – matematică (A), filosofică (B) şi epistemologico-statistică (C) – presupune teoria noţiunilor, şi am arătat

cum logica noţiunilor, întregită cu anume aplicaţii *descriptiv-indexicale*, conlucrează cu aspectele strict statistice, determinând categoria de „colectiv statistic" dezvoltată de Onicescu (cf. E. VIII, 4.2 şi 4.3).

(d) O altă contribuţie în logică poate fi considerată construirea unei *logici pozitive (fără negaţie)*, de fapt a unei „logici" cu o singură valoare, aceea de Adevărat (deci a unei „logici monovalente", cf. Al. Surdu, *Elemente de logică intuiţionistă*, p. 121). Ideea este dezvoltată în cap. 2 din *Principes* (1971), intitulat „Categorii logico-matematice". Sunt aici de semnalat următoarele: (i) termenul de „categorie" nu are accepţia sa obişnuită logico-filosofică, ci aceea mai specială din *teoria matematică a categoriilor* („un sistem de elemente legate între ele prin morfisme binare şi tranzitive"); (ii) prin „logică matematică", Onicescu înţelege „anumite teorii matematice" bazate pe algebrele Boole; (iii) considerând drept valoare de adevăr numai Adevăratul, urmează următoarele consecinţe: (1) dispare ideea de *variabilă propoziţională* (cel puţin în sens extensional); (2) dispare ideea de *funcţie logică* în general; (3) se echivalează pur şi simplu semnele: *p*, *q* cu formulele $p \vee q$, $p \wedge q$ etc. ca fiind toate adevărate şi (4) se ajunge la ciudăţenia susţinerii formelor inverse ale teoremei adiţiei ($p \rightarrow p \vee q$, înlocuită cu formula $p \vee q \rightarrow p$), ale *teoremei simplificării* ($p \wedge q \rightarrow p$, înlocuită cu $p \rightarrow p \wedge q$) iar în locul implicaţiei dintre *conjuncţie* şi *disjuncţie* ($p \wedge q \rightarrow p \vee q$) la susţinerea reciprocei ($p \vee q \rightarrow p \wedge q$).

Ideea unei „logici monovalente" poate că are un sens pentru „construcţiile matematice", dar este imposibil de susţinut, în logica propriu-zisă, căci

adevărul şi falsul sunt corelative. În sistemele de logică pozitivă (de exemplu, intuiţionismul), care respectă matricile de adevăr, se ajunge nu la o „logică monovalentă", ci la logici *trivalente*.

Contribuţii în logică şi fundamentele matematice mai pot fi considerate:

(1) *Definirea numerelor naturale* sau, mai precis, o anume perspectivă în chestiunea definirii (sau interpretării) acestora: numărul natural „este rezultatul unei sinteze mentale între două obiecte; întregul ordinal şi întregul cardinal" (*Principes*, p. 13). Numerele întregi ordinale presupun relaţia de ordine (succesiune); numerele întregi cardinale presupun relaţia de biunivocitate; cele două relaţii se sprijină una pe alta.

(2) *Problema infinitului*. Noţiunea de infinit are cel puţin două trepte: (i) ideea de *nedeterminat* (indefinit) şi (ii) ideea de *infinit determinat*; astfel, pe de o parte „nu există cel mai mare număr natural" (deci, infinitul nu e număr), iar, pe de altă parte, „şirul numerelor întregi e infinit"; dar *orice şir are o lege (regulă) de formare*: în felul acesta, ceva determinat şi finit (însăşi regula de formare) determină şi cuprinde infinitul.

O altă formă de infinit determinat este indicată de existenţa unor numere cu formă determinată: de exemplu, 2/7, care are, în forma de fracţie zecimală, o infinitate de unităţi, sau numărul radical din 2 cu aceeaşi caracteristică. Onicescu scrie:

„Infinitul nu este o simplă constatare negativă a unei lipse de mărginire, el reprezintă şi o operaţie de întregire, de cuprindere a unui şir nelimitat de mărimi, făcând, în raportarea la experienţă, o adevărată metafizică" (*Principes*, p. 77).

Această caracteristică e considerată de Onicescu drept *funcţia logică a infinitului*.

(3) *Noţiunile ca „tăieturi" în Univers*. Prin forma lor non-A, orice noţiune determină o infinitate, iar A şi non-A, determină o „tăietură" în univers.

(4) *Problema paradoxelor logico-formale*. Onicescu se referă la unul dintre principalele paradoxe logico-formale: „paradoxul mulţimilor ce nu se cuprind pe sine ca element" (Russell); fără a analiza mecanismul acestui paradox, el atrage atenţia că, la baza sa, stă conceptul de „mulţime a tuturor mulţimilor", care este arătat drept contradictoriu: dacă totalitatea mulţimilor este ca însăşi o mulţime, atunci nu se realizează totalitatea, căci îi lipseşte o mulţime. Onicescu foloseşte, de fapt, drept argument al autocontradicţiei, o altă formă, ce ţine, de autoreflexivitatea unor termeni speciali.

(5) *Chestiunea coerenţei (non-contradicţiei)*; pentru veridicitatea unei teorii, condiţia coerenţei nu e suficientă; teoria trebuie confruntată cu domeniul său şi cu alte criterii de veridicitate.

(6) *Planul logic este diferit de cel matematic.* Această poziţie îndreptăţită are totuşi în spate ideea că axiomatismul logico-formal, ca şi stricta coerenţă logică, reprezintă un pericol pentru gândirea matematică prin posibila transformare a gândirii creative matematice într-o „maşină" de fabricat formule, deci într-un automatism.

(7) Tendinţele moderne de a estompa gândirea logică ori matematică în forma unor limbaje care se dovedesc în cele din urmă „jocuri de semne" este o formă de *nominalism*.

(8) *Logica colectivelor*. Deşi n-a dezvoltat o teorie logico-matematică a colectivelor, în sensul îmbinării

aspectelor logice cu cele matematice, perspectivele din care priveşte categoria de „colectiv" oferă elemente pentru a realiza acest deziderat.

(9) Teoria probabilităţilor oferă suficiente elemente pentru o logică polivalentă; ce-i drept aceasta implică *logica probabilistă* (Keynes, Reichenbach), distinctă de *teoria matematică a probabilităţilor*.

I. REFERINŢE EXEGETICE LA LUCRĂRILE DESPRE LOGICĂ ALE LUI ONICESCU

Dintre referinţele exegetice la lucrările despre logică ale lui O. Onicescu, sunt de menţionat:

I. A. Dumitriu, *Istoria Logicii*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1969 (p. 939-41);

II. Al. Surdu, *Vocaţii filosofice româneşti*, Editura Academiei, 1995 (p. 74-78).

III. Al. Surdu, *Contribuţii româneşti în domeniul logicii în sec. XX*, Editura Fundaţiei „România de mîine", 1999.

I. A. Dumitriu, *Istoria Logicii*.

În paragraful intitulat „Octav Onicescu" (p. 939-41) din *Istoria Logicii*, A. Dumitriu enumeră următoarele contribuţii ale lui Onicescu în domeniul logicii matematice:

1. Noţiunea de „colectiv", cu trimitere la lucrarea acestuia *Numere şi sisteme aleatorii* (1962), cap. I, în care se mai tratează şi

2. Definirea „operatorului de selecţie fundamental".

NOTĂ: Am arătat în secţiunea F, cap. IX că atât noţiunea de colectiv statistic aleatoriu, cât şi aceea de operator de selecţie fundamental ţin precumpănitor de teoria matematică a probabilităţilor, respectiv de statistica matematică.

3. Teoria „sistemelor cu dublă structură" (micro şi macro-structură) considerată ca o perspectivă asupra

unei noi structuri în logică, fiind schiţate relaţiile logice dintre elementele celor două sisteme, precum şi structura propoziţiilor corelative.

NOTĂ: Amintim însă că pentru Onicescu logica matematică nu este logica simbolică, ci un ansamblu de „teorii matematice".

4. Analiza logică a unor „proprietăţi generale ale unor relaţii de ordine între vectori" în lucrarea *Strategia jocurilor* (1966) (relaţiile de simetrie şi asimetrie etc.).

NOTĂ: Această contribuţie ţine de asemenea de „logica matematică" în sens de teorie matematică.

5. Analiza critică a conceptului de probabilitate şi construirea unor teorii a probabilităţii şi a statisticii matematice definite pe algebra Boole.

NOTĂ: De fapt este vorba de ideea extinderii „calculului probabilităţilor" prin renunţarea la fundamentarea strictă pe teoria mulţimii; contribuţia este de asemenea de natură matematică.

6. Cercetări în domeniul „teoriei noţiunii" (cf. E, VIII).
7. Funcţia logică a infinitului (cf. E, V).
8. Problema limbajului (cf. E, III şi IV).

II. Al. Surdu, *Principii de logică şi filosofie matematică la Octav Onicescu*, în *Vocaţii filosofice româneşti*.

În acest capitol, Al. Surdu se referă la cele două principale lucrări despre logică ale lui Onicescu: *Principii de cunoaştere ştiinţifică (1943)* şi *Principes de logique et de philosophie mathématique* (1971).

1. Se evidenţiază influenţa lui Nae Ionescu asupra lui Onicescu prin prelegerile *Logica colectivelor*.

2. Apropierea de Nae Ionescu şi de intuiţionismul matematic prin susţinerea caracterului intuitiv, constructiv şi creator al matematicii.

3. Definirea obiectelor matematice.

4. Logica pozitivă (fără negaţie) şi cu o singură valoare logică (adevăratul).

5. Critica teoriei mulţimilor.

6. Teoria proprie despre „colectiv" (definiţia conceptului).

7. O privire de ansamblu asupra lucrării lui Onicescu din 1971.

III. Al. Surdu, *Contribuţii româneşti în domeniul logicii în sec. XX*.

1. Este examinată succint lucrarea lui Onicescu, *Principes de logique et de philosophie mathématique, op. cit.*, p. 178-79, reţinându-se ideile:

1.1. caracterizarea obiectului matematic;

1.2. numărul natural ca sinteză între numărul cardinal şi numărul ordinal;

1.3. schiţarea unei teorii de logică pozitivă şi monovalentă (cu o singură valoare de adevăr – Adevăratul);

1.4. critica teoriei mulţimilor;

1.5. explicarea paradoxelor logico-matematice (teoria mulţimilor);

1.6. înlocuirea conceptului de „mulţime" cu cel de „colectiv";

1.7. introducerea operatorilor fundamentali de selecţie.

Sunt tratate separat:

2. *Conceptul de „colectiv"* al lui Onicescu în perspectiva *Logicii colectivelor* a lui Nae Ionescu.

3. *Logica monovalentă*, şi anume teoria dezvoltată de Onicescu în cap. II din *Principes* (1971).

4. *Operatorii fundamentelor de selecţie* în prelungirea ideii lui von Mises a alegerilor de poziţii (şirurile aleatorii şi conceptul de „colectiv").

5. *Explicarea paradoxului lui Russell*, prin considerarea conceptului de „mulţime a tuturor mulţimilor" ca fiind contradictoriu.

J. BIBLIOGRAFIE

1. *Sur les zéros des functions* – Bucureşti, 1922, p. 117-124, în Academia Română, Bulletin de la Section Scientifique, an. VII – no. 7/10.
2. *Galileo Galilei şi renaşterea ştiinţifică*, Bucureşti, 1923, 110 p. (Oameni Celebri).
3. *Statistique mathématique*, Paris, 1927.
4. *Sur les transformations birationnelles*, Bucureşti, 1927 (din Bulletin mathématique de la Societé Roumaine de Sciences, tom 30, 2, 1927).
5. *Calcul vectorial*, p. I, Bucureşti, Cultura Naţională, 1928.
6. *Les méthodes topologiques dans la théorie des functions de variable complexe,* Bologna, 1928.
7. *Sur l'emploi des méthodes functionnelles dans la mécanique*, Bucureşti, 1929.
8. *Memoriu asupra lucrărilor şi activităţii*, Bucureşti, 1930.
9. *Sur les zéros de certains polynomes*, Cluj, 1930.
10. *Sur une forme spéciale du principe général de dynamique*, Bucureşti, 1930.
11. *Drei Beitrage zu einem Satz des Herrn Pompeiu*, Beitrag I, Bucureşti, 1932.
12. *La relativité et la structure de l'Univers*, Bucureşti, 1932.
13. *Sur le déplacement affine*, Bucureşti, 1932.
14. *Une problème d'analyse*, Cernăuţi 1935.

15. *Newton*, Bucureşti, 1936.
16. *Sopra il valore sociale della scienza*, Bucureşti, 1936.
17. *Descartes*, Bucureşti, 1937.
18. *Chaines statistiques et déterminisme*, Bruxelles, 1938.
19. *Sur la relation de Prisson-Jensen* , Bucureşti, 1938.
20. *La définition de la probabilité et le Problème de la roulette*, Bucureşti, 1939.
21. Împreună cu Gh. Mihoc: *Calculul probabilităţilor*, Bucureşti, 1939.
22. Împreună cu Gh. Mihoc: *Sur l'aplication des équations fonctionnelles de Chapman et Smoluchowsky dans la théorie des chaînes de Markoff*, Bucureşti, 1939.
23. *La probabilité d'un événement isolé*, Bucureşti, 1940.
24. *Probleme de limbă în matematică*, Bucureşti, 1940.
25. Împreună cu Gh. Mihoc: *Les chaînes des variables aléatoires. Problèmes asymptotiques*, Bucureşti, 1943.
26. *D. Pompeiu* , Timişoara, 1943.
27. *Reflecţii asupra ştiinţei*, Bucureşti, 1944.
28. *Principii de cunoaştere ştiinţifică*, Bucureşti, 1944.
29. *Les séries de structures*, Bucureşti, 1944.
30. *Les structures plane*, Bucureşti, 1944.
31. *Calcul des probabilitées*, Bucureşti, 1945.
32. *Sur le théorème fundamental de l'algebre*, Timişoara, 1946.
33. *Calculul probabilităţilor*, Bucureşti, 1956.
34. (şi Gh. Mihoc) *Lecţii de statistică matematică*, Bucureşti, 1958.

35. *Curs de teoria probabilităţilor şi aplicaţii*, Bucureşti, 1960.
36. *On the restricted (simple) Random Walle*, Cluj, 1961.
37. *Strategia jocurilor cu aplicaţii la programarea liniară*, Bucureşti, 1961.
38. *Numere şi sisteme aleatoare*, Bucureşti, 1962.
39. *Sisteme cu dublă structură. Consideraţii preliminare*, Cluj, 1963.
40. *Seminar de funcţii sumă*, Bucureşti, 1963.
41. *Câteva consideraţii asupra programării liniare stohastice*, Bucureşti, 1967.
42. *Teoria probabilităţilor şi aplicaţii.Manual*, Bucureşti, 1963.
43. *Nombres et systèmes aleatoires*, II-nd ed. en fr., Bucureşti, 1964.
44. *Les modèles fondamentaux des mathématiques*, Bucureşti, 1967.
45. *Figuri ilustre ale antichităţii* (colab. E. Nicolau, N. Botnariuc...), Bucureşti, 1967.
46. *Mecanica*, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1969.
47. *La mécanique invariantive des* n *corps*, Bucureşti, 1969.
48. *Principiile teoriei probabilităţilor*, Bucureşti, 1969.
49. *Some considerations on stochastic linear programming*, Bucureşti, 1968.
50. *Programarea metodei Onicescu de reducere a sistemelor de ecuaţii liniare*, Bucureşti, 1969.
51. *Principes des logique et de philosophie mathématique*, Bucureşti, 1971.
52. *Strategia jocurilor cu aplicaţii la programarea liniară*, Bucureşti, 1971.

53. *Le déterminisme classique*, Bucureşti, 1972.
54. *Matematica de mâine*, Bucureşti, 1972.
55. *Învăţaţi ai lumii*, Bucureşti, 1975.
56. *Probability Theory on Boolean Algebra of Events*, (colab. Cuculescu), Bucureşti, 1976.
57. *Probabilităţi şi procese aleatoare*, Bucureşti, 1977.
58. (şi V. Ştefănescu) *Elemente de statistică informaţională cu aplicaţii*, Bucureşti, 1979.
59. *Pe drumurile vieţii*, Bucureşti, 1981.
60. *Memorii*, vol. I-II, Bucureşti, 1982-1984.
61. (şi Gh. Cenuşă, I. Săcuiu) – *Funcţii aleatoare aproape periodice în probabilitate*, Bucureşti, 1983.
62. (şi M.C. Botez) *Incertitudine şi modelare economică*, Bucureşti, 1985.
63. *Détermination fonctionnelle de l'addition*, f.a., f.loc.
64. *Fonctions fuchsiennes et kleineennes de deux variables*, f.loc. şi an.
65. *Inducţia mecanicei ondulatoare din cea corpusculară*.

Notă. O listă a lucrărilor ştiinţifice ale lui Octav Onicescu a fost publicată în „International Statistical Review" (1986), nr. 1, p. 101-108. Această listă, care este cvasicompletă, conţine 222 de articole şi 32 de cărţi (*apud* M. Iosifescu, articol menţionat mai jos).

*

* *

Referinţe exegetice
(Contribuţii în logică)

– A. Dumitriu, *Istoria logicii*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1969, p. 939-941.
– O. Onicescu şi Eugen Radu, *Researches on Mathematical Logic and Foundations of Mathematics at the Mathematical Institute and Department of Mathematics of the University of Bucharest* în *Philosophie et Logique. Rev. Roum. Sci. Sociales*, vol. 19, nr. 3/1975 (p. 285-291).
– Marius Iosifescu, „La centenarul lui Octav Onicescu“, (1892-1983) în *Probleme de Logică*, vol. X, coord. Cr. Joja şi C. Candiescu, Editura Academiei, Bucureşti, 1983 (p. 233-236).
– Al. Surdu, *Vocaţii filosofice româneşti*, Editura Academiei Române, 1995, p. 74-78.
– Al. Surdu, *Contribuţii româneşti în domeniul logicii în sec. XX*, Editura Fundaţiei „România de mâine“, Bucureşti, 1999.

CUPRINS